

**Appello del 2.7.2012: Compito B**

Nome:

Cognome:

Matricola:

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
$\Sigma$	

**Domanda 1**

[2+1+2 punti]

- (i) Dare la definizione di derivate direzionali di una funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  nel punto  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  e nella direzione  $v \in \mathbb{R}^2$ .
- (ii) Calcolare le derivate direzionali di  $f(x, y) = e^{xy}$  in  $(1, 1)$  nella direzione  $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$
- (iii) Fare un esempio di una funzione  $f$  continua, ma non derivabile in  $(0, 0)$ .

**Risposta**

(i) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(iii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Domanda 2**

[2+3 punti]

- (i) Sotto quali condizioni una funzione  $f : I \rightarrow J$ , ove  $I, J \subset \mathbb{R}$ , é invertibile?
- (ii) Enunciare il teorema sulla derivata della funziona inversa

**Risoluzione**

(i) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Esercizio 1

[3 punti]

Sia  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  una successione limitata e  $M = \sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ . Allora

- a se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = M$ , allora  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  é crescente       b  $\forall \epsilon > 0, \exists n \in \mathbb{N}$  tale che  $a_n + \epsilon > M$ ;  
 c  $a_n < M$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$        d  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = M$

Risoluzione (giustificare la risposta)

---

---

---

---

---

## Esercizio 2

[3 punti]

$(i)^{27} =$

- a  $i$        b  $-i$   
 c  $1$        d  $-1$

Risoluzione (giustificare la risposta)

---

---

---

---

---

## Esercizio 3

[3 punti]

Sia  $f \in C^2(\mathbb{R}^2)$  e  $(0, 0)$  un punto critico per  $f$ . Allora

- a  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0) \neq 0$        b  $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0) = 0$  se  $v = (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$   
 c  $\det(Hf(0, 0)) < 0$        d  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) > 0$

Risoluzione (giustificare la risposta)

---

---

---

---

---

---



