

Esercitazione di Geometria

30 Novembre 2017

Esercizio 1. Studiare il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z al variare di $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ x - 2y - z = k - 2 \\ x + ky + z = k + 2 \end{cases}$$

Esercizio 2. Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ dove $A := \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. Si considerino i seguenti punti di \mathbb{R}^2 :

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1. Trovare equazioni parametriche e cartesiane per la retta r_1 passante per P_1 e P_2 e per la retta r_2 passante per P_3 e P_4 .
2. Calcolare l'angolo tra r_1 ed r_2 e stabilire se le due rette si intersecano.
3. Trovare l'intersezione P_5 tra r_1 ed r_2 .
4. Sia r_3 la retta di giacitura di r_1 . Scrivere la matrice di riflessione Q rispetto alla retta r_3 .
5. Calcolare l'area del triangolo di vertici $Q(P_1)$, $Q(P_3)$, $Q(P_5)$.

Esercizio 4. Si considerino le seguenti rette di \mathbb{R}^3 :

$$r_1 : \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases} ; \quad r_2 : \begin{cases} x = 1 \\ z - y = 1 \end{cases} .$$

1. Stabilire la posizione reciproca di r_1 ed r_2 nello spazio.
2. Trovare equazioni parametriche e cartesiane del piano contenente le rette di giacitura di r_1 ed r_2 .
3. Calcolare la distanza tra r_1 ed r_2 .

Esercizio 5. Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ i tre vettori $v_1 = (1, k, k)^t$, $v_2 = (2, 1, 3)^t$ e $v_3 = (-1, 2, 1)^t$ di \mathbb{R}^3 sono linearmente indipendenti.