

Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Settimana 6
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Lunedì 5 Novembre 2018

Esercizio 1. Si consideri la matrice $Y := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ed il sottoinsieme

$$U := \{X \in \text{Mat}_{2 \times 2} \mid XY = YX\} \subset \text{Mat}_{2 \times 2}.$$

Dimostrare che U é un sottospazio vettoriale di $\text{Mat}_{2 \times 2}$, calcolarne la dimensione e trovare una base.

5 Novembre 2018

Nome, Cognome e Matricola

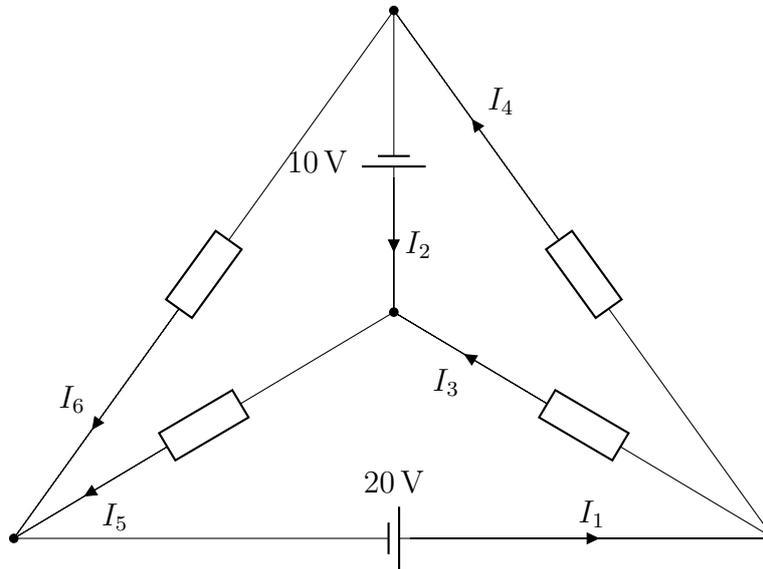
Esercizio 2. Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione 3 e sia $\mathcal{B}_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ una sua base. Stabilire, motivando la risposta, quali dei seguenti sottoinsiemi di V sono o meno un sottospazio vettoriale e nel caso lo siano determinare una loro base:

$$\begin{aligned}U_1 &= \{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 \mid x_1 + 2x_2 + x_3 = 0\}; \\U_2 &= \{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_2 \geq 0\}; \\U_3 &= \{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 \mid x_1x_2 = 0\}; \\U_4 &= \{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 \mid x_1^2 + x_2 + x_3 = 0\}; \\U_5 &= \{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0\}.\end{aligned}$$

5 Novembre 2018

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 3. *Trovare le correnti nei rami del seguente circuito elettrico in cui tutti le resistenze sono 10Ω :*



5 Novembre 2018

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 4. *Si considerino le seguenti matrici*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. *Scrivere le tre sottomatrici $A[1,3,5]$, $B[1,3,4]$, $C[1,4]$ (ottenute considerando solo le colonne scritte tra parentesi quadre).*
2. *Trovare la forma a scala ridotta di A , B e C , evidenziando i passaggi effettuati. Contemporaneamente, scrivere come cambiano le sottomatrici $A[1,3,5]$, $B = [1,3,4]$, $C[1,4]$ ad ogni operazione effettuata.*
3. *Interpretare le matrici A , B e C come le matrici complete di tre sistemi lineari $S1$, $S2$ ed $S3$. Stabilire quali di queste tre sistemi lineari sono compatibili, e nel caso lo sono trovare tutte le soluzioni.*

5 Novembre 2018

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 5. 1. *Descrivere tutte le possibili matrici 2×2 a scala ridotte.*

2. *Data una matrice 2×2*

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

nei parametri reali a, b, c, d , trovare la sua forma a scala ridotta. (Ovviamente $\text{rref}(A)$ dipende dalla scelta dei parametri, per cui bisogna considerare i diversi casi separatamente.)

5 Novembre 2018

Nome, Cognome e Matricola
