

Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Ingegneria Chimica
Settimana 5
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Martedì 29 Ottobre 2019

Esercizio 1. *Trovare base e dimensione del nucleo e dell'immagine di ognuna delle seguenti matrici:*

1. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

3. $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

4. $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Settimana 5

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 2. *Trovare la forma a scala ridotta di ognuna delle seguenti matrici e verificare il risultato con MATLAB.*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3. 1. *Descrivere tutte le possibili matrici 2×2 a scala ridotte.*

2. *Data una matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \text{Mat}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ nei parametri reali a, b, c, d , trovare la sua forma a scala ridotta. (Ovviamente $\text{rref}(A)$ dipende dalla scelta dei parametri, per cui bisogna considerare i diversi casi separatamente.)*

Settimana 5

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 4. *Si consideri il seguente sistema lineare reale:*

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_4 = 1 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$$

1. *Scrivere la matrice dei coefficienti del sistema e denotarla A .*
2. *Scrivere la matrice completa del sistema e denotarla \hat{A} .*
3. *Trovare la forma a scala ridotta di \hat{A} e denotarla \hat{R} .*
4. *La matrice \hat{R} è la matrice completa di un sistema che è equivalente al sistema iniziale. Scrivere tale sistema e trovare tutte le sue soluzioni (che quindi sono anche le soluzioni del sistema iniziale).*
5. *Verificare il risultato con MATLAB.*

Settimana 5

Nome, Cognome e Matricola

Esercizio 5. *Studiare (ovvero stabilire se è risolubile e nel caso lo sia trovare tutte le soluzioni) del seguente sistema lineare al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$:*

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ kx_1 + x_2 + (1 - 2k)x_3 + kx_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + kx_2 + (k - 2)x_3 + (k^2 - k + 1)x_4 + (2k)x_5 = k \end{cases}$$

Esercizio 6. Consideriamo le seguenti matrici A e C di taglia 3×4 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & -6 & 3 \\ 2 & 1 & -8 & 5 \end{pmatrix}.$$

Calcolare $\text{rref}(A)$ e $\text{rref}(C)$, evidenziando le operazioni elementari effettuate in ogni passaggio. Concludere che A e C sono equivalenti per righe.

Settimana 5

Nome, Cognome e Matricola
