

Nome, Cognome e Matricola

---

Esercizi Settimanali di Geometria 1  
Ingegneria Chimica  
Settimana 8  
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Martedì 19 Novembre 2019

**Esercizio 1.** *Si consideri la seguente matrice reale:*

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

1. *Dimostrare che  $A$  è invertibile.*
2. *Scrivere  $A$  come prodotto di matrici elementari.*

**Esercizio 2.** *Calcolare il determinante della seguente matrice:*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 3.** *Si consideri la seguente matrice complessa:*

$$A = \begin{pmatrix} 2 - i & 1 + i & 1 - i \\ 2i & -i & 2 + 2i \\ -2 + i & 1 + i & 3i \end{pmatrix}.$$

1. *Sviluppare il determinante lungo la seconda colonna;*
2. *Sviluppare il determinante lungo la terza riga;*
3. *Sviluppare il determinante lungo la prima riga;*
4. *Sviluppare il determinante lungo la terza colonna.*

**Esercizio 4.** *Si consideri la seguente matrice dipendente dal parametro  $k$ :*

$$A(k) = \begin{pmatrix} 0 & k & k^2 \\ 1 & (k-1)^2 & k-1 \\ -k-1 & k-1 & 1-k \end{pmatrix}$$

*Utilizzare il teorema degli orlati per trovare i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali*

1.  $rg(A(k)) = 1$ ;
2.  $rg(A(k)) = 2$ ;
3.  $rg(A(k)) = 3$ .

**Esercizio 5.** Stabilire la posizione reciproca delle seguenti coppie di rette di  $\mathbb{R}^2$

1.  $r : 2x + 3y = 1, s : 3x + 2y = -1;$

2.  $r : 3x + 2y = -\sqrt{3}, s = \left( \begin{array}{c} -1/\sqrt{3} \\ \sqrt{3}/3 \end{array} \right) + \left\langle \left( \begin{array}{c} -2/9 \\ 1/3 \end{array} \right) \right\rangle;$

3.  $r = \left( \begin{array}{c} -4 \\ 1 \end{array} \right) + \left\langle \left( \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \right) \right\rangle, s = \left( \begin{array}{c} 2 \\ 4 \end{array} \right) + \left\langle \left( \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \right) \right\rangle$

4.  $r = \left( \begin{array}{c} 1/\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{array} \right) + \left\langle \left( \begin{array}{c} \sqrt{2}/2 \\ 2/\sqrt{2} \end{array} \right) \right\rangle, s = \left( \begin{array}{c} 4\sqrt{3}/3 \\ 3\sqrt{3} \end{array} \right) + \left\langle \left( \begin{array}{c} \sqrt{2}/2\sqrt{3} \\ 2/\sqrt{6} \end{array} \right) \right\rangle.$

**Esercizio 6.** Di ognuno dei seguenti sottospazi affini (dell'opportuno spazio vettoriale) trovare le equazioni cartesiane (se sono in forma parametrica) e parametriche (se sono in forma cartesiana):

1.  $\pi : 2x + 3y - 2z = 2$  (in  $\mathbb{R}^3$ );

2.  $r : \begin{cases} -x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y - z = 3 \end{cases}$  (in  $\mathbb{R}^3$ );

3.  $r = (1, 1, 1)^t + \langle (1, 2, 1)^t \rangle$  (in  $\mathbb{R}^3$ );

4.  $\pi = (1, 2, 1)^t + \langle (2, 2, 1)^t, (1, -2, 1)^t \rangle$  (in  $\mathbb{R}^3$ );

5.  $r = (-1, 1)^t + \langle (1, 1)^t \rangle$  (in  $\mathbb{R}^2$ );

6.  $r : 2x + 3y = -1$  (in  $\mathbb{R}^2$ ).