

Nome, Cognome e Matricola

---

Esercizi Settimanali di Geometria 1  
Settimana 1  
Docenti: Giovanni Cerulli Irelli,  
Marco Trevisiol

Da consegnare Martedì 06 Ottobre 2020

**Esercizio 1.** *Calcolare la parte reale e la parte immaginaria di ognuno dei seguenti numeri complessi:*

1.  $z_1 = (1 + i)(1 - 2i)(2 - 2i).$

2.  $z_2 = (2 + \sqrt{2}i)(-1 + \sqrt{2}i)^{-1}(2 - 2i).$

3.  $z_3 = (1 + \sqrt{3}i)(2 - 2\sqrt{3}i)(1 + 2i)^{-1}.$

**Esercizio 2.** *Calcolare il modulo e l'argomento di ognuno dei seguenti numeri complessi e rappresentarli sul piano cartesiano:*

1.  $z_1 = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}}$ .

2.  $z_2 = \frac{(1-i)}{\sqrt{2}}$ .

3.  $z_3 = \left(\frac{(1+i)}{\sqrt{2}}\right)^2$ .

4.  $z_4 = (1+i)^{2020}$ .

**Esercizio 3.** *Usando solo gli otto assiomi di spazio vettoriale, dimostrare che in uno spazio vettoriale  $V$ :*

1.  $0v = 0_V$  per ogni  $v \in V$ .
2. se  $v + u = w + u$  allora  $v = w$ , per ogni  $u, v, w \in V$   
(Legge di cancellazione per la somma).
3. Il vettore nullo è unico.
4. Per ogni vettore  $v \in V$  esiste un unico opposto di  $v$ .

**Esercizio 4.** *Trovare una matrice complessa  $X$  (della taglia appropriata) tale che*

$$-2X - 3A + 2B = A - B$$

*sapendo che*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1/2 & -2 & 0 \\ \sqrt{2} & 2i & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} -\sqrt{5}i & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3+i & 1-2i & 0 \\ \pi & 100 & 0 & -40 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 5.** Siano  $u, v, w \in \mathbb{C}^3$ . Dire, motivando la risposta, se  $\text{Span}\{w\} \subset \text{Span}\{u, v\}$  o se  $\text{Span}\{w\} = \text{Span}\{u, v\}$ , nei seguenti casi:

1.  $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ -1 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix};$

2.  $u = \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} 1+i \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$

3.  $u = 2v = (2 + 3i)w.$