

Esercitazione del 17/5/2011.

- 1) Trovare piano tangente e versore normale (uscente) all'ellissoide

$$z^2 + 4y^2 + 9x^2 = 1$$

nel punto $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$.

- 2) Calcolare l'area della porzione di superficie di equazione

$$z = 5 + 3x^2 + 3y^2$$

la cui proiezione sul piano xy è l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq \sqrt{3}\}.$$

- 3) Calcolare l'integrale di superficie

$$\int_S \frac{z(z-1)(x^2+y^2)}{\sqrt{4(x^2+y^2) + (x^2+y^2)^3}} d\sigma,$$

dove S è la superficie definita da

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}} - 2, 0 \leq z \leq 1 \right\}.$$

- 4) Dato il campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x, f(y), zy^2)$, determinare $f \in C^1(\mathbb{R})$ in modo che il flusso di \mathbf{F} uscente da T sia nullo per ogni dominio regolare $T \subset \mathbb{R}^3$.

- 5) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 e^x, y^3, 3x^2 z)$$

calcolare il flusso di \mathbf{F} uscente dalla superficie S , frontiera del dominio delimitato dal paraboloido $z = 9 - x^2 - y^2$, dal piano xy e dal piano xz , e contenuto nel semispazio $y \geq 0$.