

Cognome: ..... Nome: .....

Solo durante le prime 2 ore è consentita la consultazione di un libro di testo di teoria. È sempre vietata la consultazione di ogni altro materiale (strumenti elettronici, fotocopie, appunti, dispense, libri di esercizi, ecc.). Verrà verbalizzata una insufficienza a chi non risolve correttamente e completamente almeno 2 esercizi o non ottiene almeno 18 punti. È possibile ritirarsi entro il termine della prova. Le risposte devono essere motivate. Il punteggio indicativo si riferisce a risposte e svolgimenti corretti e completi. In caso di dubbi sul testo consultare il docente. Questo documento è composto da 5 fogli e contiene 4 esercizi e lo spazio per rispondere a 2 domande che saranno consegnate in seguito.

(1) Determinare i valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  per i quali l'equazione

$$e^{\alpha y - x^2} + y - 5x = \alpha^2$$

definisce implicitamente una funzione  $y = f(x)$  in un intorno del punto  $(0, 0)$ . Per tali valori di  $\alpha$ , calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

.....

7 punti

**Risposta:**

.....

**Svolgimento:**

(2) Calcolare la circuitazione del campo vettoriale  $\mathbf{V} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definito da

$$\mathbf{V}(x, y, z) = (xy, z, x)$$

lungo la frontiera del triangolo di vertici  $A \equiv (0, 0, 0)$ ,  $B \equiv (1, 1, 0)$ ,  $C \equiv (1, 0, 0)$ , orientata nel verso  $ABC$ .

.....

7 punti

**Risposta:**

.....

**Svolgimento:**

(3) Calcolare il seguente integrale:

$$\iiint_{\Omega} y^2 z dx dy dz,$$

dove  $\Omega$  è l'insieme ottenuto ruotando il dominio  $D$  definito da

$$D = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{1-z} \leq y \leq \sqrt{1-z^2}\}$$

di un angolo  $2\pi$  attorno all'asse  $z$ .

.....

7 punti

**Risposta:**

.....

**Svolgimento:**

(4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} x^2 y''(x) - xy'(x) - 3y(x) = x \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 0 \end{cases} .$$

..... 7 punti

**Risposta:**

.....  
**Svolgimento:**

(5) Rispondere alle due domande che saranno distribuite durante il compito.

.....

8 punti

**Risposta:**

.....

**Svolgimento:**