

**Programma di Analisi Matematica**  
**Prof.ssa Maria Rosaria Lancia**  
**Ing.Civile**  
**A. A. 2009/2010**

**Elementi di teoria degli insiemi.** Richiami di matematica elementare. Alcuni simboli di logica matematica. Primi elementi di teoria degli insiemi. Prodotto cartesiano. Insiemi di numeri reali. Generalità ed esempi. Estremo inferiore ed estremo superiore. Punti di accumulazione; insiemi chiusi. Il numero  $e$ ; logaritmi naturali.

**Funzioni di una variabile.** Il concetto di funzione. Rappresentazione geometrica: grafico. Le funzioni elementari. Alcune nozioni generali sulle funzioni. Funzioni composte ed inverse. Funzioni circolari inverse. Le successioni.

Limiti di successioni. Successioni convergenti o divergenti; definizione di limite. Primi teoremi sui limiti; sottosuccessioni e disuguaglianze. Teorema di unicità del limite. Limiti di successioni monotone; il numero  $e$ . Operazioni sui limiti: forme indeterminate. Alcuni limiti fondamentali. Confronto tra infinitesimi o tra infiniti.

**Serie numeriche.** Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Il criterio generale di convergenza. Proprietà ed operazioni. Serie a termine di segni costante; regolarità incondizionata. Serie assolutamente convergente. Criteri di convergenza assoluta. Criteri di convergenza non assoluta. Criterio di asintoticità

**Limiti di funzioni di una variabile.** Limiti all'infinito. Limiti in un punto. Limiti di funzione come limiti di successioni: osservazioni. Teoremi sui limiti delle funzioni. Calcolo di limiti fondamentali. Confronto tra infinitesimi o tra infiniti. Relazioni asintotiche.

**Funzioni continue di una variabile.** Definizione e prime proprietà. Esempi di funzioni continue. Punti singolari di una funzione; continuità a sinistra o a destra. Operazioni sulle funzioni continue. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue. Funzioni inverse.

**Nozioni sul calcolo differenziale per funzioni di una variabile.** Definizioni di derivata. Applicazioni sul concetto di derivata. Definizione e proprietà del differenziale. Le operazioni elementari. Derivazione della funzione inversa. Derivazione di una funzione composta. Tabella delle derivate fondamentali. Derivate successive. Differenziali. Crescenza e decrescenza in piccolo; massimi e minimi relativi. Teoremi di Rolle, Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange; crescita in grande. Forme indeterminate: teorema di de L'Hôpital. Asintoti. Ricerca del minimo e del massimo assoluti di una funzione. Funzioni concave e convesse in un punto; flessi. Concavità e convessità in grande. Criteri per lo studio locale di una funzione. Studio del grafico di una funzione. Formula di Taylor, comportamento asintotico del resto.

**Nozioni di calcolo integrale per le funzioni di una variabile.** Funzioni primitive. Integrale di una funzione continua esteso ad un intervallo. Significato geometrico dell'integrale. Proprietà dell'integrale. Integrali definiti. Esistenza delle primitive di una funzione continua. Integrali indefiniti. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Osservazione sui precedenti metodi di integrazione indefinita. Regole per il calcolo degli integrali definiti. Alcune applicazioni.

**Numeri complessi.** Introduzione. Definizioni. Conseguenze delle definizioni precedenti. Operazioni inverse; numeri coniugati. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi. Formula di Moivre Radici dei numeri complessi. L'esponenziale nel campo complesso.

**Integrali impropri.**

**Funzioni di più variabili:**

Insiemi in  $\mathbb{R}^n$ . Definizioni generali. Definizioni di limite. Definizione di funzione continua. Derivate parziali e loro significato geometrico; teorema di Schwarz. Funzione composta in più variabili.

Derivata composta. Funzioni differenziabili. Teorema del differenziale totale. Differenziale e suo significato geometrico. Teorema sulle derivate localmente limitate. Gradiente. Derivata direzionale. Teorema per la derivabilità direzionale. Superfici regolari: equazione del piano tangente e della normale ed esso. Minimi e massimi liberi per le funzioni di più variabili. Ricerca del minimo e massimo assoluto per le funzioni di più variabili. Funzioni a valori vettoriali.

### **Integrali doppi.**

Cenni sulla misura di insiemi limitati in  $\mathbb{R}^2$ . Definizione di dominio normale rispetto agli assi. Riduzione di una integrazione superficiale a due integrazioni rettilinee successive. Cambiamenti di variabile. Cambiamento da coordinate cartesiane a coordinate polari. Integrali curvilinei di funzioni. Area di una superficie.

### **Curve regolari.**

Lunghezza di un arco di curva regolare. Ascissa curvilinea. Curve generalmente regolari.

### **Forme differenziali lineari:**

Integrale curvilineo di una forma differenziale lineare. Forme differenziali esatte; condizioni per l'integrabilità di una forma differenziale lineare. Interpretazione fisica dei differenziali esatti; campi conservativi, campi irrotazionali. Forme differenziali lineari in campi più volte connessi: cenni.

**Formule di Gauss – Green** nel piano: domini regolari. Applicazioni.

### **Teorema della divergenza.**

Applicazioni. Flusso di un campo vettoriale.

### **Equazioni differenziali.**

Generalità; nomenclatura essenziale. Integrale generale, particolare e singolare. Equazioni differenziali del 1° ordine. Equazioni differenziali a variabili separabili, teorema di esistenza e unicità. Equazioni di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari – metodo del fattore integrante. Problema di Cauchy per le equazioni differenziali del 1° ordine; teorema di esistenza e unicità. Equazione di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari del 2° ordine; definizioni generali. Teorema sulla struttura delle soluzioni. Teorema sulla struttura dell'integrale generale dell'equazione omogenea. Equazioni differenziali lineari del 2° ordine a coefficienti costanti. Equazione omogenea associata: integrale generale. Equazione completa: metodi per determinare un integrale particolare (metodo di somiglianza e metodo di variazione delle costanti arbitrarie (metodo di Lagrange)). Problema di Cauchy per le equazioni differenziali del 2° ordine; teorema di esistenza e unicità. Problemi ai limiti.

### **Testi consigliati:**

Fusco-Marcellini-Sbordone. Elementi di Analisi I e II, ed. Liguori.

Ghizzetti – Rosati. Analisi matematica vol. I e vol. II, ed. Masson.

L. Cosimi – M.R. Lancia. Matematica 1 e 2. ed. Esculapio.

Dispense distribuite in aula.