

# ANALISI MATEMATICA -ING. CIVILE-ING. AMBIENTE e TERRITORIO

11/09/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\cos(kx)}{k^2 + \sqrt[5]{k}}$$

studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il suo carattere.

2) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2x) + e^{x^3} + \operatorname{arctg} x}{\log_2 x + x^3}.$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{y x^2}{\operatorname{arcsen}[x^2 + (y - 1)^2]}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.

Posto

$$F(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in D \\ \frac{1}{2} & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

stabilire se  $F$  è continua nel punto  $P(0, 1)$ .

Determinare per quali direzioni esistono le derivate direzionali di  $F$  nel punto  $P$ .

Stabilire se  $F$  è differenziabile nel punto  $Q(0, \frac{1}{2})$ .

4) Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  la soluzione  $y = y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{1}{\alpha} y'' - 2y' + \alpha y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

ha integrale improprio convergente sull'intervallo  $[0, +\infty)$  e per tali valori calcolare il valore dell'integrale.

5) Dare la definizione di successione, enunciare e dimostrare il teorema di unicità del limite.

**ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE - ING. AMBIENTE  
e TERRITORIO**

**11/09/2015**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\text{sen}(kx)}{k^2 + \sqrt[6]{k}}$$

studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il suo carattere.

2) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}\left(\frac{1}{x}\right) + e^{\frac{1}{x^3}} + \text{arctg } x}{\log_2\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3}}.$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{xy \text{sen } y}{\text{arcsen}[(x-2)^2 + y^2]}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica.

Posto

$$F(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in D \\ 1 & (x, y) = (2, 0) \end{cases}$$

stabilire se  $F$  è continua nel punto  $P(2, 0)$ .

Determinare per quali direzioni esistono le derivate direzionali di  $F$  nel punto  $P$ .

Stabilire se  $F$  è differenziabile nel punto  $Q(\frac{3}{2}, 0)$ .

4) Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  la soluzione  $y = y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \alpha y'' - 4y' + \frac{4}{\alpha} y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

ha integrale improprio convergente sull'intervallo  $[0, +\infty)$  e per tali valori calcolare il valore dell'integrale.

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione. Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.