

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**09/02/2016**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x^2+y^2}-1-x^2-y^2}{(x^2+y^2)^\alpha} + b(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

studiare al variare di  $\alpha$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità parziale di  $f$  in  $(0, 0)$ .

2) Studiare il seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\arctg x}}$$

3) Risolvere la seguente equazione nel piano complesso:

$$z^2 - |\bar{z} - 3| - 3 = 0.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y(\ln(2y)-1)}{x-1} \\ y(0) = \frac{e^2}{2} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di limite in un punto al finito per una funzione di una variabile. Dimostrare che se una funzione  $f$  di una variabile è derivabile in un punto  $x_0$  allora è ivi continua. È vero il viceversa? Esibire degli esempi.

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**09/02/2016**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x^2+y^2) - x^2 - y^2}{(x^2+y^2)^\alpha} + b(x^2 + y^2) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

studiare al variare di  $\alpha$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità parziale di  $f$  in  $(0, 0)$ .

2) Studiare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg} x}}$$

3) Risolvere la seguente equazione nel piano complesso:

$$-\bar{z}^2 + |z - i| - 2i\operatorname{Re}(z) = 0.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{(2y-1) \ln(2y-1)}{2(x-2)} \\ y(1) = \frac{1+e}{2} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione.

Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli-Barrow e il suo corollario.

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**09/02/2016**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

**Testo C**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{(x-1)^2+(y-1)^2} - 1 - (x-1)^2 - (y-1)^2}{((x-1)^2+(y-1)^2)^\alpha} + b((x-1)^2 + (y-1)^2) & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

studiare al variare di  $\alpha$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità parziale di  $f$  in  $(1, 1)$ .

2) Studiare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx.$$

3) Risolvere la seguente equazione nel piano complesso:

$$\bar{z}^2 - |z + 2| - 1 = 0.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y(\ln(3y)-2)}{x-3} \\ y(2) = \frac{e^3}{3} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto per una funzione di una variabile. Significato geometrico di derivata prima in un punto  $x_0$ . Ricavare l'equazione della retta tangente in  $x_0$ .

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**09/02/2016**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V. Regis Durante

**Testo D**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin((x-1)^2+(y-1)^2) - (x-1)^2 - (y-1)^2}{((x-1)^2+(y-1)^2)^\alpha} + b((x-1)^2 + (y-1)^2) & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

studiare al variare di  $\alpha$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità parziale di  $f$  in  $(1, 1)$ .

2) Studiare il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

3) Risolvere la seguente equazione nel piano complesso:

$$-\bar{z}^2 + 2|\bar{z} - i| + i\operatorname{Re}(2z) = 0.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{(3y-1) \ln(3y-1)}{3(x-1)} \\ y(0) = \frac{1+e}{3} \end{cases}$$

5) Dare la definizione di successione e di successione convergente.

Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle. Interpretazione geometrica.