

# ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

22/09/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(2-x^2)^k}{3^k}$$

e se possibile calcolarne la somma.

- 2) Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{\frac{1}{(t-1)^3}}}{(t-1)^4} dt$$

determinarne l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, il segno e gli eventuali asintoti orizzontali, verticali e obliqui.

- 3) Dato il numero complesso

$$z = 2 \left( \sqrt{\frac{-\sqrt{3}+2}{2}} + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{2}{-\sqrt{3}+2}} \right)^2$$

calcolare:

- (a) l'espressione algebrica di  $z$ ;
- (b) l'espressione trigonometrica di  $z$ ;
- (c) le radici cubiche di  $z$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'x = \sqrt{1-y^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se le soluzioni sono limitate nel loro insieme di definizione.

- 5) Considerata l'equazione differenziale  $y'' + ay' + by = f(x)$ , dare la definizione di integrale generale e particolare. Dimostrare che se  $y_1$  ed  $y_2$  sono due soluzioni dell'equazione omogenea associata, allora ogni loro combinazione lineare è ancora soluzione dell'equazione omogenea. Quando tale combinazione fornisce l'integrale generale dell'omogenea associata? Dare delle condizioni.

# ANALISI MATEMATICA 1 - ING. CIVILE

22/09/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. P. Vellucci

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(1-x^2)^k}{2^k}$$

e se possibile calcolarne la somma.

- 2) Data la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{\frac{1}{t+1}}}{(t+1)^2} dt$$

determinarne l'insieme di definizione, gli intervalli di monotonia, il segno e gli eventuali asintoti orizzontali, verticali e obliqui.

- 3) Dato il numero complesso

$$z = 2 \left( \sqrt{\frac{-\sqrt{2}+2}{2}} + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{4}{-\sqrt{2}+2}} \right)^2$$

calcolare:

- (a) l'espressione algebrica di  $z$ ;
- (b) l'espressione trigonometrica di  $z$ ;
- (c) le radici cubiche di  $z$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y'x = \sqrt{4-4y^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se le soluzioni sono limitate nel loro insieme di definizione.

- 5) Data l'equazione differenziale  $y'' + ay' + by = f(x)$ , dare la definizione di integrale generale e particolare. Scrivere il problema di Cauchy ad essa associato. Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza e unicit .