

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER AMBIENTE E TERRITORIO**

**06/07/2018**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Data la funzione

$$F(x) = \int_3^{x^2} e^t dt$$

stabilire se è invertibile in  $I = (0, +\infty)$ .

In caso affermativo, detta  $x = G(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $G'(0)$ .

- 2) Stabilire con uno dei criteri di convergenza se il seguente integrale è convergente al variare di  $\alpha > 0$ :

$$\int_0^2 \frac{x^\alpha}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

Successivamente verificare il risultato mediante il calcolo diretto per  $\alpha = 1$ .

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{x+y-2}-1}{(x-1)^2+(y-1)^2} & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

stabilire se è continua e derivabile parzialmente nel punto  $(1, 1)$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y \operatorname{tg} x \\ y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di equazione differenziale ordinaria di ordine  $n$ . Fornire un esempio di equazione differenziale lineare e un esempio di equazione differenziale non lineare.

Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy per un'equazione lineare omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER AMBIENTE E TERRITORIO**

**06/07/2018**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_2^{x^2} \operatorname{arctg} t \, dt$$

stabilire se è invertibile in  $I = (0, +\infty)$ .

In caso affermativo, detta  $x = G(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $G'(0)$ .

2) Stabilire con uno dei criteri di convergenza se il seguente integrale è convergente al variare di  $\alpha > 0$ :

$$\int_0^3 \frac{x^\alpha}{\sqrt{9-x^2}} \, dx$$

Successivamente verificare il risultato mediante il calcolo diretto per  $\alpha = 1$ .

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg}(x+y-2)}{(x-1)^2+(y-1)^2} & (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

stabilire se è continua e derivabile parzialmente nel punto  $(1, 1)$ .

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\cos x}{\sin x} y \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di equazione differenziale ordinaria di ordine  $n$ . Fornire un esempio di equazione differenziale lineare e un esempio di equazione differenziale non lineare.

Enunciare e dimostrare il metodo di Lagrange per determinare un integrale particolare di un'equazione lineare non omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti.