

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER AMBIENTE E TERRITORIO**

**08/06/2018**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = |\operatorname{arctg} x| + x$$

determinare gli eventuali punti di minimo e massimo assoluti nel suo insieme di definizione. Determinare gli eventuali asintoti. Trovare una funzione  $g(x)$  asintotica ad  $f(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzioni, disegnare il grafico della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \left| 2 \operatorname{arctg}(\sqrt{3} + x) \right|.$$

Calcolare successivamente l'area della regione di piano sottesa dal grafico della funzione nell'intervallo  $[-\sqrt{3}, 0]$ .

3) Data la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \frac{[x^2 + (y - 1)^2]^\alpha \left\{ \operatorname{tg}^2(\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}) - [x^2 + (y - 1)^2] \right\}}{\left( e^{\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}} - 1 \right)^2}$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \tilde{f}(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$

è continua e derivabile direzionalmente in  $(0, 1)$ .

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{x}{x^2+1}y = -y^3 \operatorname{arctg} x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di successione. Dimostrare che ogni successione convergente è limitata. È vero il viceversa? Esibire esempi e controesempi.

**ANALISI MATEMATICA 1**  
**ING. CIVILE E ING. PER AMBIENTE E TERRITORIO**

**08/06/2018**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = |\operatorname{arctg}(2x + 1)| + 2x$$

determinare gli eventuali punti di minimo e massimo assoluti nel suo insieme di definizione. Determinare gli eventuali asintoti. Trovare una funzione  $g(x)$  asintotica ad  $f(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$ .

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzioni, disegnare il grafico della seguente funzione nel suo insieme di definizione:

$$f(x) = \left| 3 \operatorname{arctg} \left( x - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right| - \frac{3\pi}{4}.$$

Calcolare successivamente l'area della regione di piano sottesa dal grafico della funzione nell'intervallo  $\left[ -\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0 \right]$ .

3) Data la funzione

$$\tilde{f}(x, y) = \frac{\operatorname{arctg}^2(\sqrt{(x-1)^2 + y^2}) - [(x-1)^2 + y^2]}{[(x-1)^2 + y^2]^\alpha \operatorname{sen}((x-1)^2 + y^2)}$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$ , disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \tilde{f}(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

è continua e derivabile direzionalmente in  $(1, 0)$ .

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{e^x}{4(e^x+1)}y = -y^5 \frac{e^x}{2} \ln(e^x + 1) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di successione monotona. Dimostrare che le serie a termini di segno costante sono regolari.