

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
07/06/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^{(n^2-1)^{-|\alpha|}} - 1)}{n^2 - 1}$$

studiarne la convergenza al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

2) Dato l'integrale:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x-1}}{x\sqrt{x-1}} dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\arcsin(x^2 + y^2)\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x^2 + y^2 + 1} - 1}$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
- Stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine.
- Stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.
- Stabilire, **senza effettuare calcoli**, se la funzione \tilde{f} ammette massimo e minimo nel suo insieme di definizione. Motivare la risposta citando opportunamente i teoremi e i procedimenti da utilizzare per la loro determinazione.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - y' = 1 + \sin x.$$

Sia $y(x)$ l'integrale generale dell'equazione differenziale e sia $g(x) = -x$, determinare per quali valori delle costanti arbitrarie risulti $y(x) \sim g(x)$ per $x \rightarrow +\infty$.

5) Dare la definizione di primitiva di una funzione. Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli Barrow e il suo corollario.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
07/06/2019

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1)

1) Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{(n^2+1)^3}}{\operatorname{arcsin} \frac{1}{(n^2+1)^{|\alpha|+1}}}$$

studiarne la convergenza al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

2) Dato l'integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{x} \right)}{1+x^2} dx$$

- studiarne la convergenza con uno dei criteri;
- effettuare il calcolo dell'integrale.

3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sin^2 x \arccos(x^2 + y^2) \sqrt{x}}{\ln(x^2 + y^2 + 1)},$$

- determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica.
- Stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ è continua nell'origine.
- Stabilire per quali direzioni la funzione \tilde{f} definita al punto precedente è derivabile direzionalmente nell'origine.
- Stabilire, **senza effettuare calcoli**, se la funzione \tilde{f} ammette massimo e minimo nel suo insieme di definizione. Motivare la risposta citando opportunamente i teoremi e i procedimenti da utilizzare per la loro determinazione.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$-y'' + y' = 2 \cos x - 2.$$

Sia $y(x)$ l'integrale generale dell'equazione differenziale e sia $g(x) = -2x$, determinare per quali valori delle costanti arbitrarie risulti $y(x) \sim g(x)$ per $x \rightarrow -\infty$.

5) Dare la definizione di funzione continua. Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.