

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
10/01/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo A

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare attraverso i criteri di convergenza il seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_1^{+\infty} t^\alpha \ln \left(1 + \frac{1}{t} \right) dt.$$

Posto $\alpha = 1$ verificare la correttezza del risultato utilizzando la definizione.

- 2) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^{x^2} + 1)^k}{k + \sqrt{k}}$$

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{1 - \cos(xy)}{\ln^3(1 - \sqrt{x^2 + y^2})}$$

– determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;

– stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

è continua, derivabile parzialmente e differenziabile nell'origine.

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} -2y' + (\operatorname{tg} x) y = (\cos^2 x) e^{\operatorname{sen} x} y^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di funzione derivabile direzionalmente.
Enunciare e dimostrare il criterio di derivabilità direzionale.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
10/01/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo B

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare attraverso i criteri di convergenza il seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_1^{+\infty} t^\alpha \left(e^{t^{\frac{1}{2}}} - 1 \right) dt.$$

Posto $\alpha = -3$ verificare la correttezza del risultato utilizzando la definizione.

- 2) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^{x^2-1} + 1)^k}{k + e^k}$$

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{y(\sqrt{1-x^2} - 1)}{e^{x^2+y^2} - 1}$$

– determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;

– stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

è continua, derivabile parzialmente e differenziabile nell'origine.

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} -3y' + \frac{1}{x \ln x} y = \frac{x e^{x^2-9}}{\ln x} y^4 \\ y(3) = \sqrt[3]{2 \ln 3} \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di due variabili. Enunciare e dimostrare il teorema che lega differenziabilità e continuità.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
10/01/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo C

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare attraverso i criteri di convergenza il seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^1 t^\alpha \ln(1+t) dt.$$

Posto $\alpha = 1$ verificare la correttezza del risultato utilizzando la definizione.

- 2) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^{2x^4} + 1)^k}{k + \sqrt{k}}$$

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\operatorname{sen}^2(xy)}{\ln(1 - x^2 - y^2)}$$

– determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;

– stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

è continua, derivabile parzialmente e differenziabile nell'origine.

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} -2y' + (\operatorname{ctg} x) y = -e^{\cos x} y^3 \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare del secondo ordine. Enunciare e dimostrare il principio di sovrapposizione degli effetti.

ANALISI MATEMATICA 1
ING. CIVILE E ING. PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
10/01/2020

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. E. Di Costanzo

Testo D

Cognome e nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare attraverso i criteri di convergenza il seguente integrale improprio al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^1 t^\alpha (e^{t^2} - 1) dt.$$

Posto $\alpha = 1$ verificare la correttezza del risultato utilizzando la definizione.

- 2) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^{2x^2-4} + 1)^k}{k + e^k}$$

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x(\sqrt{1-y^2} - 1)}{\operatorname{arctg}(\sqrt{x^2 + y^2})}$$

– determinare il suo insieme di definizione A , disegnarlo e stabilirne la natura topologica;

– stabilire se la funzione $\tilde{f}(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

è continua, derivabile parzialmente e differenziabile nell'origine.

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} -3y' + \frac{1}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x} y = \frac{-x e^{1-x^2}}{\operatorname{arctg} x} y^4 \\ y(1) = \sqrt[3]{\frac{\pi}{2}} \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di equazione differenziale lineare del secondo ordine. Enunciare e dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale.