

ANALISI MATEMATICA II
ING. CIVILE
07/07/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Dato il campo vettoriale $\overline{F} = (x^2 e^{x+y} + 2x e^{x+y}, x^2 e^{x+y})$, stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il suo potenziale $U(x, y)$ che vale uno in $(0, 0)$. Calcolare $\int_{+\gamma} \overline{F} \cdot \overline{\tau} ds$ ove γ è la curva di equazione $x = \sqrt{t}$, $y = t$, $t \in [0, 1]$.

2) Data la funzione in due variabili:

$$f_{\alpha}(x, y) = \frac{|x|^{\alpha} \sqrt{2 - x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale $\alpha \in \mathbb{R}$.

Fissato $\alpha = 2$, stabilire se la funzione $f_2(x, y)$ è prolungabile per continuità nel punto $(0, 1)$ e in caso affermativo, detta $\tilde{f}_2(x, y)$ il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni $\tilde{f}_2(x, y)$ è derivabile direzionalmente nel punto $(0, 1)$.

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x \cos x^2 \frac{y^2 + 2y - 3}{y + 1} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$