

Appello del

4 Luglio 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1 + \sin \left(\frac{2}{n^{2/3}} \right) - \cos \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{n} \right) - \frac{2}{n^{2/3}} \right].$$

2. Calcolare

$$\iint_E \log(x+1) \, dx \, dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$.

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 3y''(x) - 18y'(x) + 24y(x) = 12e^{2x}, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -2. \end{cases}$$

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + x.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $[-2, 0] \times [-1, 1]$.

5. Supponiamo che $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ siano due successioni di numeri positivi tali che $a_n \sim n^2$ e $b_n \sim \frac{1}{n}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{+\infty} \log \left(1 + \frac{b_n}{a_n} \right) & \text{converge;} \\ b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + a_n b_n} & \text{converge;} \\ c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{1 + b_n a_n} & \text{diverge;} \\ d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n^2}{1 + a_n^2 b_n} & \text{diverge.} \end{array}$$

Fornire un controesempio per quelle false.

