

Appello del

5 Giugno 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta, per  $x \in \mathbb{R}$ , della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n \log^2(n+1)} \left( \frac{2x}{x^2+1} \right)^n.$$

2. Calcolare

$$\iint_D y \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} dx dy,$$

dove  $D$  è il dominio definito da  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq y^4 - 1\}$ .

3. Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y'(x) = \frac{y^2(x)+1}{x^2+4}, \\ y(0) = \sqrt{2}. \end{cases}$$

4. Determinare e classificare i punti stazionari in  $\mathbb{R}^2$  della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = x^3 + \frac{3}{2}y^2 + 3x^2y - 3x^2.$$

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione tale che  $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$  per  $x \rightarrow +\infty$ . Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

A)  $\sum_{n=0}^{+\infty} n^2 f(\sqrt{n})$  converge;

B)  $\sum_{n=0}^{+\infty} n f^2(\sqrt{n})$  diverge;

C)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{n} f^2(\sqrt{n})$  converge.

