ANALISI I (h. 2.30) Appello del **5 Giugno 2015**	**10 CFU - TEMA** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D e^{x^2+y^2}\, dx\, dy\,,$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x \le 0 \le y,\ 0 \le x^2+y^2 \le 4\}$.

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\sin\left(\frac{2}{n^4+1}\right) - \frac{2}{n^4+1}\right]}{\log\left(1+\frac{3}{n^4+1}\right)}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 5x\,, \\ y(0) = 0\,, \\ y'(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(2+x) - x - 1}{(1+x)^2} & \text{per } x > -1; \\ (x+4)^2 \sin|\pi - x| & \text{per } x \le -1; \end{cases}$$

è continua su $\mathbb{R}$ e stabilire la natura degli eventuali punti di discontinuità.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni strettamente positive e infinitesime tali che $a_n = o(b_n)$ per $n \to +\infty$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge;

$B)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n}$ diverge;

$C)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge;

$D)$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{a_n+b_n}$ diverge.