

Appello del

7 Giugno 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{\alpha} \log \left(1 + \sin \frac{1}{n} \right).$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_E e^x (2y + x) dy dx$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.

3. Determinare, al variare del parametro reale α , l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2\alpha y'(x) + 3y(x) = 0.$$

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x - 2 \sin x.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $[0, \pi]$ della funzione $g(x) = |f(x) + \sqrt{3}|$.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ una funzione limitata tale che $f(x) \sim |x|$ per $x \rightarrow 0$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{+\infty} f(n) \text{ diverge;} & b) \sum_{n=1}^{+\infty} f^2 \left(\frac{1}{n} \right) \text{ converge;} \\ c) \sum_{n=1}^{+\infty} f \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right) \text{ converge;} & d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{f(n)}{n^2} \text{ diverge.} \end{array}$$

Fornire un controesempio per quelle false.

