ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**10 CFU - TEMA** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\iint_D x \sin(x^2 + y^2 - 2y + 1)^{3/2} \, dx \, dy \,,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ -1 \le x^2 + y^2 - 2y \le \pi^{2/3} - 1, \ |y - 1| \le x\}$.

---

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1 + \sin \frac{1}{(n+2)^2}\right]^{\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right)}} \,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 2\mathrm{e}^{\alpha^2 x} \,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log \left|\log^2(2x+1) - 3\log(2x+1)\right| \,.$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge; (B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2}$ non converge assolutamente; (D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge.