ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare, al variare di $\alpha \geq 0$,

$$\lim_{n\to+\infty}\left[1+\sin\frac{1}{(n+2)^{\alpha}}\right]^{\frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{n+1}\right)-\sin\left(\frac{1}{n+1}\right)}}.$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z + i|z| = |z| + \mathrm{Re}(z^2)\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 2\mathrm{e}^{\alpha^2 x}\,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log\left|\log^2(2x+1) - 3\log(2x+1)\right|\,.$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge; (B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2}$ non converge assolutamente; (D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare, al variare di $\alpha \geq 2$,

$$\lim_{n\to+\infty}\left[1+\tan\frac{1}{(n+1)^{\alpha-2}}\right]^{\frac{2}{\tan\left(\frac{1}{n}\right)-\arctan\left(\frac{1}{n}\right)}} .$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z + i|z|^2 = |z|^2 - \mathrm{Im}(z)\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - (\alpha+2)y'(x) + 2\alpha y(x) = \mathrm{e}^{3x}\,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log\frac{1}{\left|\log^2(3x+2) - 4\log(3x+2)\right|}\,.$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim \frac{1}{n}$ e $b_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge;

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n a_n b_n$ converge assolutamente;

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt{a_n}\,b_n$ non converge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare, al variare di $\alpha \geq 1$,

$$\lim_{n\to+\infty}\left[1+\arctan\frac{1}{(2n)^{\alpha-1}}\right]^{\frac{8}{\tan\left(\frac{1}{n+2}\right)-\tanh\left(\frac{1}{n+2}\right)}}.$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$-iz+|z|^2=i|z|^2+i\mathrm{Im}(z)\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{-4\}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x)+(4-\alpha)y'(x)-4\alpha y(x)=2\mathrm{e}^{2x}\,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f: E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\log\frac{1}{\left|\log^2(2x-2)-\log(2x-2)\right|}\,.$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n \sim \frac{1}{n}$ e $b_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge; (B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n a_n b_n$ converge assolutamente; (D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt{a_n}\,b_n$ non converge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **8 Gennaio 2013**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare, al variare di $\alpha \geq -1$,

$$\lim_{n\to+\infty} \left[1+\sinh\frac{1}{n^{\alpha+1}}\right]^{\frac{1}{\sinh\left(\frac{1}{n+1}\right)+\log\left(1-\frac{1}{n+1}\right)}} .$$

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$iz + |z| = i|z| + i\mathrm{Re}(z^2) .$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 3y'(x) - 4y(x) = -2\mathrm{e}^{-\alpha^2 x} .$$

---

4. Si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log\left|\log^2(3x-1) - 2\log(3x-1)\right| .$$

Determinare il campo d'esistenza E , i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge;

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2}$ non converge assolutamente;

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge.