

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del

9 Febbraio 2018

9 CFU - TEMA A

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$|z|^2 + 2iz - i\operatorname{Im}(z) = 1.$$

2. Determinare il campo di esistenza E e il segno della funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\arcsin(3e^{2x} - 2e^x)}.$$

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + 5y(x) = 10 \sin x.$$

4. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\sin \sqrt[5]{x - x^2}}{\log(1 + \sqrt{2x + x^2}) \sqrt[4]{1 - x}}$$

è impropriamente integrabile nell'intervallo $(0, 1)$.

5.

- i) Enunciare e dimostrare il I Teorema fondamentale del calcolo integrale o Teorema di Torricelli.
ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione positiva e crescente. Dimostrare che la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$F(x) = \int_0^{e^{-x}} [f(t)]^2 dt,$$

è convessa.



Appello del

9 Febbraio 2018

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$\operatorname{Re}(z) - i|z|^2 + 2iz = -i.$$

-
2. Determinare il campo di esistenza E e il segno della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2} - \arccos(5e^{2x} - 4e^x)} - \frac{\pi}{2}.$$

-
3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + 10y(x) = -85 \cos x.$$

-
4. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\log(1 + \sqrt[4]{3x + x^2}) \sqrt[4]{1 - x}}{\sqrt{x \sin(1 - x)}}$$

è impropriamente integrabile nell'intervallo $(0, 1)$.

-
- 5.

- i) Enunciare e dimostrare il I Teorema fondamentale del calcolo integrale o Teorema di Torricelli.
ii) **Facoltativo:** Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ una funzione negativa e decrescente. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} [f(t)]^2 dt,$$

è convessa.



Appello del

12 Gennaio 2018

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$|z|^2 - 2z + i\operatorname{Re}(z) = 9.$$

2. Determinare il campo di esistenza E e il segno della funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{\pi}{2} - \arccos(7e^{2x} - 6e^x)}.$$

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 6y'(x) + 18y(x) = -325 \cos x.$$

4. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\log(1 + \sqrt[4]{2x + 2x^2}) \sqrt[6]{1-x}}{\sin \sqrt[3]{x-x^2}}$$

è impropriamente integrabile nell'intervallo $(0, 1)$.

- 5.

- i) Enunciare e dimostrare il I Teorema fondamentale del calcolo integrale o Teorema di Torricelli.
ii) **Facoltativo:** Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione negativa e decrescente. Dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$F(x) = \int_0^{x^2} [f(t)]^2 dt,$$

è convessa.



Appello del

12 Gennaio 2018

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione complessa

$$i|z|^2 - z + \operatorname{Im}(z) = i.$$

2. Determinare il campo di esistenza E e il segno della funzione

$$f(x) = \sqrt{\arcsin(2e^{2x} - e^x)} - \frac{\pi}{2}.$$

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) + 8y(x) = 65 \sin x.$$

4. Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt[4]{\sin(1-x)}}{\log(1 + \sqrt{x + 2x^2}) \sqrt[3]{x - x^2}}$$

è impropriamente integrabile nell'intervallo $(0, 1)$.

- 5.

- i) Enunciare e dimostrare il I Teorema fondamentale del calcolo integrale o Teorema di Torricelli.
ii) **Facoltativo:** Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ una funzione positiva e crescente. Dimostrare che la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$F(x) = \int_0^{e^{-x}} [f(t)]^2 dt,$$

è convessa.

