ANALISI I (h. 2.30)

Appello del

10 Febbraio 2016

9 CFU - TEMA A

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$3|z|^3 + z^4 = 0\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n^\alpha+5}\right)^{\frac{n^{2\alpha}+1}{n-1}}\,.$$

---

3. Determinare, per ogni $n \in \mathbb{N}$ la soluzione $y_n(x)$ del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) - \dfrac{1}{x+1}y_n(x) + 3x^2 = 2\,, \\ y_n(1/n) = 0\,. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre,

$$\lim_{n\to+\infty} n y_n(2/n)\,.$$

---

4. Stabilire se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \sin(\sqrt[3]{x^2+1} - x^{2/3})\,dx\,.$$

converge.

---

5. Siano $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ due funzioni continue tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ e $g(x) = -\frac{1}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f(\sqrt{n+\log n})$ è convergente;

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} f(\sqrt{n})g(1+\log n)$ è convergente;

$C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} [f(\sqrt{n}) + g(\sqrt[3]{n})]$ è convergente.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2016**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|z|^4 + 3z^3 = 0\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1 - \frac{1}{n^{3\alpha} - 2}\right)^{\frac{n+2}{n^\alpha+3}}\,.$$

---

3. Determinare, per ogni $n \in \mathbb{N}$ la soluzione $y_n(x)$ del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) + \dfrac{2}{2x+1} y_n(x) + \dfrac{3}{x+1} = 4\,, \\ y_n(2/n) = 0\,. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre,

$$\lim_{n\to+\infty} (n+1) y_n(1/n)\,.$$

---

4. Stabilire se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} x^3 \arctan(\sqrt[3]{x^5+1} - x^{5/3})\,dx\,.$$

converge.

---

5. Siano $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ due funzioni continue tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) = \frac{2}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$ e $g(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ e . Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$A) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} g^2(n + \log n) \quad \text{è convergente;}$$

$$B) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} [g(\sqrt{n}) - f(\sqrt{n})] \quad \text{è convergente;}$$

$$C) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} f(n \log n) g(1 + \sqrt{n}) \quad \text{è convergente.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2016**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$3|z|^4 + z^3 = 0\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{n^{2\alpha}-3}\right)^{\frac{n^2+2}{n^{4\alpha}+4}}\,.$$

---

3. Determinare, per ogni $n \in \mathbb{N}$ la soluzione $y_n(x)$ del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) + \dfrac{4}{4x+1}y_n(x) + \dfrac{2}{x+1} = 3\,, \\ y_n(1/n) = 0\,. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre,

$$\lim_{n\to+\infty}(3n+1)y_n(2/n)\,.$$

---

4. Stabilire se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} x^2 \arctan(\sqrt[5]{x^3+1} - x^{3/5})\,dx\,.$$

converge.

---

5. Siano $f, g : (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ due funzioni continue tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) = \frac{2}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$ e $g(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ e . Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$A)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} g^2(n+\log n) \quad \text{è convergente;}$$

$$B)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} [g(\sqrt{n}) - f(\sqrt{n})] \quad \text{è convergente;}$$

$$C)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} f(n\log n)g(1+\sqrt{n}) \quad \text{è convergente.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Febbraio 2016**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|z|^3 + 3z^4 = 0\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n^{2\alpha}+4}\right)^{\frac{n^{3\alpha}+2}{n^2+1}}\,.$$

---

3. Determinare, per ogni $n \in \mathbb{N}$ la soluzione $y_n(x)$ del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n'(x) - \dfrac{1}{x+1}y_n(x) + 4x^2 = 1\,, \\ y_n(2/n) = 0\,. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre,

$$\lim_{n\to+\infty} 2ny_n(1/n)\,.$$

---

4. Stabilire se il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \sin(\sqrt[4]{x^3+1} - x^{3/4})\,dx\,.$$

converge.

---

5. Siano $f, g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ due funzioni continue tali che, per $x \to +\infty$, $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ e $g(x) = -\frac{1}{x^3} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$A) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} f(\sqrt{n+\log n}) \quad \text{è convergente;}$$

$$B) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} f(\sqrt{n})g(1+\log n) \quad \text{è convergente;}$$

$$C) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} [f(\sqrt{n}) + g(\sqrt[3]{n})] \quad \text{è convergente.}$$