ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2012**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log\left(1+\sin\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n}}{1-\cos\frac{1}{n}}\,.$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sin(3x)-3x}{(\mathrm{e}^x-1)^{\alpha^2}}\,dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x)-2y'(x)+5y(x)=17\sin(2x)\,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=1-\frac{4x}{x^2+3}\,.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $\mathbb{R}$ della funzione $g(x)=|f(x)|$.

---

5. Sia $f\in\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ una funzione tale che, per $x\to 0$, $f(x)=x^2+o(x^2)$. Dimostrare che la funzione

$$F(x)=\int_0^{\sin x} 5f(t^2)\,dt$$

è un infinitesimo di ordine 5 , per $x\to 0$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2012**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sinh\left(\mathrm{e}^{1/n}-1\right)-\frac{1}{n}}{\left[1+\log(1+1/n^2)\right]^5-1} \,.$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)^{1+3\alpha^2}}{\log\left(1+\frac{2}{x}\right)-\frac{2}{x}}\, dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 18\mathrm{e}^{2x} \,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = -\frac{5x}{x^2+4} - 1 \,.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $\mathbb{R}$ della funzione $g(x) = |f(x)|$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione tale che, per $x\to 0$, $f(x) = x + o(x)$. Dimostrare che la funzione

$$F(x) = \int_0^{\sin^2 x} t f(t)\, dt$$

è un infinitesimo di ordine 6 , per $x \to 0$.

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA C**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
12 Gennaio 2012	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[4]{1+\sin\frac{1}{n^2}}-1}{\mathrm{e}^{\sinh(1/n)}-1-\frac{1}{n}} .$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left[\frac{1}{x}-\log(1+1/x)\right]^{3\alpha^2}}{1-\cos\frac{4}{x}}\, dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x)-6y'(x)+25y(x)=32\mathrm{e}^{3x} .$$

---

4. Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=-\frac{5x}{x^2+4} .$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $\mathbb{R}$ della funzione $g(x)=|f(x)|$.

---

5. Sia $f\in\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ una funzione tale che, per $x\to 0$, $f(x)=x+o(x)$. Dimostrare che la funzione

$$F(x)=\int_0^{\sin^2 x} tf(t)\, dt$$

è un infinitesimo di ordine 6 , per $x\to 0$.

ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA D**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
12 Gennaio 2012	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\cosh\frac{1}{n} - 1}{\sin\left(\log(1+1/n)\right) - \frac{1}{n}}\,.$$

---

2. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^{2x^2} - 1}{(x - \sin x)^{\alpha^2 - 2}}\,dx$$

esiste finito.

---

3. Determinare le eventuali soluzioni periodiche dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) + 10y(x) = 37\cos(3x)\,.$$

---

4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = -\frac{4x}{x^2+3}\,.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $\mathbb{R}$ della funzione $g(x) = |f(x)|$.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ una funzione tale che, per $x \to 0$, $f(x) = x^2 + o(x^2)$. Dimostrare che la funzione

$$F(x) = \int_0^{\sin x} 5f(t^2)\,dt$$

è un infinitesimo di ordine 5 , per $x \to 0$.