ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2018**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^4 - i)(z^3 - 1 - \sqrt{3}i) = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\exp\left(\frac{\alpha+1}{n^2}\right) - 1 - \frac{3}{n^2}\right] \log(2 + \mathrm{e}^{2n})\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (2y^2(x) + 3)\sin x \cos(2x), \\ y\,(\pi/2) = \sqrt{3}/\sqrt{2}. \end{cases}$$

---

4. Determinare gli estremanti locali della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^2} (\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^t)\,\sqrt[3]{t-1}\,dt\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri positivi tale che $a_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ e $\{b_n\}$ una successione di numeri positivi divergente. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n} \ \text{converge;} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n} \ \text{diverge;} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2} \ \text{converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2018**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^4 + 1 + \sqrt{3}i)(z^3 + i) = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\cos\left(\frac{2}{\sqrt[4]{n}}\right) - 1 + \frac{3\alpha+1}{\sqrt{n}}\right]}{\log(3 + \mathrm{e}^{\sqrt{n}})}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (4y^2(x) + 5)\sin x \sin(2x), \\ y\,(0) = \sqrt{5}/\sqrt{12}. \end{cases}$$

---

4. Determinare gli estremanti locali della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^4} (\mathrm{e}^{3\sqrt{t}} - 4\mathrm{e}^{2\sqrt{t}})(9\sqrt{t} - 1)^3\, dt\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri positivi tale che $a_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ e $\{b_n\}$ una successione di numeri positivi divergente. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 \sqrt{b_n} \quad \text{converge;} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{b_n} \quad \text{diverge;} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^3}{b_n} \quad \text{converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del

12 Gennaio 2018

9 CFU - TEMA C

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^4 - 1 + \sqrt{3}i)(z^3 - i) = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\cos\left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}}\right) - 1 + \frac{4\alpha-1}{\sqrt{n}}\right]}{\log(3 + \mathrm{e}^{\sqrt{n}/2})}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (5y^2(x) + 4)\sin x \sin(2x), \\ y\,(0) = 2/\sqrt{15}. \end{cases}$$

---

4. Determinare gli estremanti locali della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^4} (\mathrm{e}^{3\sqrt{t}} - 5\mathrm{e}^{2\sqrt{t}})(1 - 9\sqrt{t})^3\,dt\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri positivi tale che $a_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ e $\{b_n\}$ una successione di numeri positivi divergente. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2\sqrt{b_n} \quad \text{converge}; \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{b_n} \quad \text{diverge}; \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^3}{b_n} \quad \text{converge}.$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **12 Gennaio 2018**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z^4 + i)(z^3 + 1 - \sqrt{3}i) = 0\,.$$

---

2. Stabilire, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\exp\left(\frac{2\alpha - 1}{n^2} \right) - 1 - \frac{4}{n^2} \right] \log(2 + \mathrm{e}^{n/2})\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (3y^2(x) + 2)\sin x \cos(2x), \\ y\,(\pi/2) = \sqrt{2}/\sqrt{3}. \end{cases}$$

---

4. Determinare gli estremanti locali della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^{x^2} (2\mathrm{e}^{2t} - 3\mathrm{e}^t)\sqrt[3]{1-t}\,dt\,.$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il criterio della radice.

ii) **Facoltativo:** Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri positivi tale che $a_n = o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ e $\{b_n\}$ una successione di numeri positivi divergente. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$a)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ converge;} \qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n}{a_n} \text{ diverge;} \qquad c)\ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2} \text{ converge.}$$