

Appello del

12 Settembre 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[e^{(n^{-\alpha^2-2})} - 1 \right] n^{1-2\alpha}.$$

2. Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_E \frac{x^3 e^{\sqrt{1+x^2+y^2}}}{\sqrt{1+x^2+y^2} (x^2+y^2)^{3/2}} dy dx$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x \geq 0\}$.

3. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_{1/2}^1 \frac{[\sinh(1-x)^{5/4}]^{8/15}}{\log \frac{1}{x} + (1-x)^\alpha} dx$$

esiste finito.

4. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y'(x) \sqrt{1+x^4} = -y(x) \frac{\sqrt{1+x^4}}{x} + \frac{3(\arctan x^2)^2}{\sqrt{1+x^4}},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x y(x) = \frac{\pi^3}{8}.$$

5. Sia $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$ e si denoti con $Hf(x, y)$ la matrice Hessiana di f nel punto (x, y) . Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

- $Hf(0, 0)$ è definita negativa $\implies (0, 0)$ è punto di massimo relativo;
- $Hf(1, 1)$ è indefinita $\implies (1, 1)$ è punto di sella;
- $\nabla f(0, 0) = (0, 0)$ e $Hf(0, 0) = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \implies (0, 0)$ è punto di minimo relativo;
- $(0, 0)$ è punto di minimo relativo $\implies Hf(0, 0)$ è definita positiva.

Fornire un controesempio per quelle false.

