ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2019**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 + i\sqrt{2}|z| = 4e^{i\pi/2}$$

e scriverle in forma trigonometrica o esponenziale.

---

2. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \frac{1}{2x^2+1} \int_1^{x^2} \frac{\arctan t + \pi}{4 + e^{-2|t|}(1+\sin t)}\, dt\,,$$

determinare i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(\tan x)^3 (\cos x)^3 [y^3(x) - \lambda]}{y^2(x)}\,, \\ y(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\cos x)^{1/2x} - 1}{x^{1/3} - \sin(\sqrt[3]{x})}\,.$$

5.

i) Scrivere la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, chiarendone il significato geometrico.

ii) Stabilire quale tra le seguenti affermazioni è corretta, fornendone la dimostrazione, e chiarire con un controesempio quale affermazione è errata:

$$f \text{ continua in } x_0 \implies f \text{ derivabile in } x_0;$$
$$f \text{ derivabile in } x_0 \implies f \text{ continua in } x_0.$$

iii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, scrivere il suo sviluppo di Mc Laurin all'ordine 7, sapendo che

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - \sin x - e^x}{\log(1+x^7)} = 5\,.$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2019**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 - \frac{i}{\sqrt{2}}\,|z| = \mathrm{e}^{3i\pi/2}$$

e scriverle in forma trigonometrica o esponenziale.

---

2. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \frac{1}{x^4+5} \int_2^{x^4} \frac{3 - \mathrm{e}^{-t^2}(\cos t + 1)}{2\arctan t + 3\pi}\, dt\,,$$

determinare i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(\text{cotan } x)^3 (\sin x)^3 [y^5(x) + \lambda]}{y^4(x)}\,, \\ y(\pi/2) = -1/2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{x - \sinh x}}{1 - [\cos(2x)]^{1/x}}\,.$$

5.

i) Scrivere la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, chiarendone il significato geometrico.

ii) Stabilire quale tra le seguenti affermazioni è corretta, fornendone la dimostrazione, e chiarire con un controesempio quale affermazione è errata:

$$f \text{ continua in } x_0 \Longrightarrow f \text{ derivabile in } x_0;$$
$$f \text{ derivabile in } x_0 \Longrightarrow f \text{ continua in } x_0.$$

iii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, scrivere il suo sviluppo di Mc Laurin all'ordine 7 , sapendo che

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x + \mathrm{e}^x - f(x)}{(\sin x)^7} = 1\,.$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2019**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\sqrt{2}z^2 + i|z| = 6\sqrt{2}\mathrm{e}^{-i\pi/2}$$

e scriverle in forma trigonometrica o esponenziale.

---

2. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \frac{1}{2x^4+3} \int_2^{x^4} \frac{2 + \mathrm{e}^{-t^2} \cos t}{3\pi - 2 \arctan t}\, dt\,,$$

determinare i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(\text{cotan } x)^3 (\sin x)^3 [y^5(x) - \lambda]}{y^4(x)}\,, \\ y(\pi/2) = 1/2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sqrt[3]{\sin x - x}}{1 - [\cosh(x/2)]^{1/x}}\,.$$

5.

i) Scrivere la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, chiarendone il significato geometrico.

ii) Stabilire quale tra le seguenti affermazioni è corretta, fornendone la dimostrazione, e chiarire con un controesempio quale affermazione è errata:

$$f \text{ continua in } x_0 \implies f \text{ derivabile in } x_0;$$
$$f \text{ derivabile in } x_0 \implies f \text{ continua in } x_0.$$

iii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, scrivere il suo sviluppo di Mc Laurin all'ordine 7, sapendo che

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x + \mathrm{e}^x - f(x)}{(\sin x)^7} = 1\,.$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **13 Febbraio 2019**	**9 CFU - TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 - 2\sqrt{2}i|z| = 16\mathrm{e}^{-3i\pi/2}$$

e scriverle in forma trigonometrica o esponenziale.

---

2. Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \frac{1}{x^2+2} \int_1^{x^2} \frac{\pi - \arctan t}{5 + \mathrm{e}^{-|t|}(1+\sin t)}\, dt\,,$$

determinare i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(\tan x)^3 (\cos x)^3 [y^3(x) + \lambda]}{y^2(x)}\,, \\ y(0) = -2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(\cos x)^{2/x} - 1}{\sinh(\sqrt[3]{x}) - x^{1/3}}\,.$$

5.

i) Scrivere la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, chiarendone il significato geometrico.

ii) Stabilire quale tra le seguenti affermazioni è corretta, fornendone la dimostrazione, e chiarire con un controesempio quale affermazione è errata:

$$f \text{ continua in } x_0 \Longrightarrow f \text{ derivabile in } x_0;$$
$$f \text{ derivabile in } x_0 \Longrightarrow f \text{ continua in } x_0.$$

iii) **Facoltativo:** Data $f \in \mathcal{C}^7(\mathbb{R})$, scrivere il suo sviluppo di Mc Laurin all'ordine 7 , sapendo che

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - \sin x - \mathrm{e}^x}{\log(1+x^7)} = 5\,.$$