

1. Determinare gli estremanti relativi della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = x^2 + xy - y^2 + y.$$

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left[ \frac{\sin\left(\frac{3}{n^2+1}\right) - \frac{3}{n^2+1}}{\log\left(1 + \frac{3}{n^2+2n-3}\right)} \right].$$

3. Calcolare

$$\iint_T \frac{xy}{\sqrt{1+y^2}} dx dy,$$

dove  $T$  è il triangolo di vertici  $O = (0, 0)$ ,  $A = (1, 0)$  e  $B = (1, 1)$ .

4. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 3y''(x) - 5y'(x) + 2y(x) = e^x + e^{-x}, \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

5. Sia  $\{a_n\} \subseteq \mathbb{R}^+$  una successione infinita e  $\{b_n\} \subseteq \mathbb{R}^+$  una successione infinitesima. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$\begin{array}{ll} A) \sum \frac{b_n}{a_n^2} \text{ converge;} & B) \sum \frac{a_n}{a_n + b_n} \text{ diverge;} \\ C) \sum a_n b_n \text{ diverge;} & D) \sum \frac{b_n}{a_n + b_n} \text{ converge.} \end{array}$$

