Corso di Laurea in Ingegneria Energetica
Esercizi proposti di Analisi Matematica I - Undicesima Settimana
Equazioni differenziali

1. Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y(x)\,(1-y(x)) \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y'(x) = y(x)\,(1-y(x)) \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

2. Verificare che il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt[3]{(y(x))^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

   non ammette soluzione unica e determinarne almeno due soluzioni distinte.

3. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} & y'(x) + (\cos x) y(x) = \sin(2x) \\ & y''(x) + y(x) = \frac{1}{\cos x}, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

4. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{x(\log x + 2)} = 0 \\ \\ y\left(\frac{1}{e}\right) = \alpha \end{cases} \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} y''(x) = \sqrt{1-(y'(x))^2} \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

5. Determinare, purché esistano, i valori dei parametri α, $\beta \in \mathbb{R}$ in modo tale che la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = \beta - 2\sin(2x) \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \alpha \\ y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \beta \end{cases}$$

sia π-periodica.

6. Tra tutte le soluzioni della seguente equazione differenziale:

$$y^{(iv)}(x) - 2y'''(x) + y''(x) = 0$$

determinare, purché esistano, quelle che hanno asintoto orizzontale $y = 5$ per $x \to -\infty$.

7. Determinare, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, tutte le soluzioni **limitate** della seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + \alpha y(x) = 1.$$