

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica
Esercizi proposti di Analisi Matematica I - Prima Settimana
Numeri Complessi

1. Sia

$$z = \frac{2}{\sqrt{3} - i} + \frac{i}{1}.$$

Calcolare z^6 e z^{15} .

2. Determinare le tre soluzioni z_1, z_2, z_3 della seguente equazione in campo complesso:

$$z^2 - 2iz = 4 - z \cdot \bar{z}$$

e verificare che $z_1 + z_2 + z_3 = -z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

3. Risolvere la seguenti equazioni in campo complesso:

(a) $z^2 + 2iz - 1 - i = 0$

(b) $i\operatorname{Re}(z) + z^2 = |z|^2 + 1$

(c) $\operatorname{Re}(z^2) + i\operatorname{Re}(z)\operatorname{Arg}(z) = i\operatorname{Arg}(z) + 3$

(d) $z^4 + 2z^2 - 3 = 0$

(e) $z^3 = |z|^2$

(f) $e^z = -1 - i$

4. Calcolare la parte reale e la parte immaginaria del seguente numero complesso:

$$z = e^{\frac{i}{3-i}} + 2i.$$

5. Calcolare le radici settime del seguente numero complesso:

$$w = (1 + i)^7.$$

6. Calcolare le radici quinte del seguente numero complesso:

$$w = (-1 + i)^3.$$

7. Sia

$$f(z) = \frac{1 + iz}{iz + 1}.$$

Trovare i numeri complessi z tali che $f(z) = z$. Trovare inoltre le controimmagini tramite f di $2 - i$.

8. Determinare tutti i numeri complessi z che soddisfano il seguente sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[z(\bar{z} - 2i)] \leq 3 \\ \operatorname{Im}(z) \leq 0 \end{cases}$$

e rappresentarli graficamente sul piano complesso.