

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica
Foglio 2 - Domini, limiti di funzioni

Esercizio 1

Trovare l'insieme di definizione e il comportamento agli estremi del dominio delle funzioni seguenti

1. $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$

2. $y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x-2}}$

3. $y = xe^{\frac{x+2}{3x-1}}$

4. $y = \frac{e^{2\sqrt{x+1}} - 1}{\ln(3x-2) - \ln|x|}$

5. $y = \sqrt{\tan x - \sin x}$

6. $y = \arctan\left(\frac{x^2}{x-1}\right) - \arcsin(|x-1|)$

7. $y = \log\left[1 + e^{\left(\frac{x^2+1}{x}\right)}\right]$

8. $y = (1+x)^{3x^2+12x}$

Esercizio 2

Trova l'errore

Le funzioni

$$g(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$$

e

$$h(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1)$$

sono uguali grazie alla proprietà dei logaritmi

$$\ln \frac{x+1}{x-1} = \ln(x+1) - \ln(x-1)$$

Esercizio 3

Trova al variare di $\alpha > 0$ l'insieme di

definizione della seguente funzione

$$y = \sqrt{\ln\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}{\alpha}\right)}$$

Esercizio 4

Calcolare i seguenti limiti

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^4 \sqrt{1+x^4}}{1 - 2 \cos x + \cos^2 x}$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{|x^2 - x|} e^{\frac{1}{x}}}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sin x - \sin x}{3x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^x \sin\left(e^{-x} \sin \frac{2}{x}\right)$

6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(1 - e^{x-3}) \sin(x-3)}{\tan(x-3) \log(x-2)}$

7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x (e^{\cos x} - 1)$

8. $\lim_{x \rightarrow \pi^+} e^{\frac{1}{x-\pi}} \sin x$

9. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |x| \log\left(\frac{x^2+x+1}{x^2+2}\right)$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log^2 x - 3 \log x}{\log(1+x) + (1+2 \log x)^2}$$

$$11. \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{e^{(\pi-x)} - 1}$$

$$12. \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(2^x - 2)}{x^2 - 1} \tan \frac{\pi}{4} x$$

$$13. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1+3x}{1+x}} - e^3 \right)$$

$$14. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\log x)^x}{x^{\log x}}$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - (1-7x)^{\log x}}{(e^{2x} - 1) \log x^3}$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan^3 x} - 1}{x(\cos x - e^{x^2})}$$

Esercizio 5

Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare i seguenti limiti

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + x^2)^\alpha - x$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha - x^{-2}}{\log(1 + e^{\alpha x})}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \sqrt{1-x}}{\sin x}$$