

**Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica**  
**Foglio 4 - Derivate e derivabilità**

**Esercizio 1**

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

1.  $y = e^{\frac{x+1}{x-2}}$

2.  $y = \log\left(\frac{x^2+1}{2x+3}\right)$

3.  $y = (\sin x)^{\cos x}$

4.  $y = \sqrt{\arctan(1+x^2)}$

5.  $y = \log\left|1 - e^{-2x}\right| + \frac{1}{e^{-2x}+1}$

6.  $y = \begin{cases} e^x - 2x \sin x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\log(1+2x)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$

7.  $y = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} - \pi x + e & \text{se } x \neq 0 \\ e & \text{se } x = 0 \end{cases}$

**Esercizio 2** (svolto in aula)

Determinare l'insieme di derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{|x|} - 3x + 4 & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} + 4 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 3** (svolto in aula)

Determinare per quali valori di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  la seguente funzione è continua e derivabile in  $(1, +\infty)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{(x-2)^2} - 1}{x \sin^2(x^2-4)} & \text{se } 1 < x < 2 \\ 2\alpha x + \beta & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ (x-3) \ln(x-3) & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

**Esercizio 4**

Determinare per quali valori di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  sono continue e derivabili su tutto il loro dominio le seguenti funzioni

$$\text{a. } f(x) \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-2} + \arctan(x-2) + \alpha x & \text{se } x < 2 \\ \beta x^2 - \pi & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{b. } f(x) \begin{cases} x^\alpha \log x + 7x + 5 & \text{se } x > 0 \\ \beta e^x - 2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{c. } f(x) \begin{cases} \frac{\sqrt{x}(x^2 + \alpha x + \beta)}{x+2} & \text{se } x \geq 0 \\ x \cos(\alpha x) + 2\beta \sin x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

**Esercizio 5** (svolto in aula)

Della seguente funzione determinare l'insieme di definizione, quello di derivabilità, calcolare la derivata dove esiste e studiare gli eventuali punti di non derivabilità (classificandoli)

$$f(x) = \sqrt[3]{|\log x|} + \left| \log \left( x + \frac{1}{2} \right) \right|$$

**Esercizio 6**

Delle seguenti funzioni determinare l'insieme di definizione, quello di derivabilità, calcolare la derivata dove esiste e studiare gli eventuali punti di non derivabilità (classificandoli)

$$1. \quad y = \left( e^{\sqrt[3]{x}} - 1 \right)^2 + (x-1)|x-1|$$

$$2. \quad y = \arcsin |x+1|$$

$$3. \quad y = x \sqrt[3]{\log^2 |x|}$$

**Esercizio 7**

Calcolare i seguenti limiti utilizzando De l'Hopital se opportuno

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - e^x}{\log(1+x) - x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( e^{\frac{x}{x^2+1}} - x \sin \frac{1}{x} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\log^3 x - \log^2 x}}{x^2 + 3}$$