

Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica
Foglio 7 - Integrali

Esercizio 1

Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{\cos x + 2x}{\sin x + x^2 - \frac{1}{3}} dx, \quad \int \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} dx, \quad \int \sqrt{1-x^2} dx, \quad \int \sin(\log x) dx$$

$$\int \frac{\log(\log x)}{x} dx, \quad \int \frac{x}{x^3 - 1} dx, \quad \int \frac{x^5 + 4}{x^2 + 3x + 2} dx, \quad \int \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx,$$

$$\int \log(x + \sqrt{1+x^2}) dx, \quad \int \frac{1 + \sqrt{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx, \quad \int \sqrt{x^2 + 1} dx, \quad \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx,$$

$$\int \frac{x}{8 - 5\sqrt{4-x^2}} dx, \quad \odot \int \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx, \quad \int \frac{\sin x}{\cos^2 x - 1} dx, \quad \int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$$

$$\int \frac{e^x}{e^{2x} - 5e^x + 6} dx, \quad \int \sqrt{\frac{e^x}{e^x - 1}} dx, \quad \int (x \log x)^2 dx, \quad \int \frac{\tan^2 x}{\tan x + 1} dx$$

Esercizio 2

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} xe^x & x \leq 0 \\ \sin x & x > 0 \end{cases}$$

determinare le primitive F e G di f in \mathbb{R} tali che $F(0) = 0$ e $G(0) = 1$.

Esercizio 3

Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{x^2+1} & x < 0 \\ \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) & 0 \leq x \leq 2 \\ 8 - x & x > 2 \end{cases}$$

calcolare

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

Esercizio 4

Data

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} & x \leq 1 \\ \frac{1}{4+x^2} + \beta & x \geq 1 \end{cases}$$

determinare la primitiva F di f in \mathbb{R} , al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, che si annulla in $x = 0$.

Esercizio 5

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x|6x-2|+1 & x \leq 0 \\ (x+1)e^{\frac{x}{2}} & x > 0 \end{cases}$$

1. calcolare $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ al variare di $x \in \mathbb{R}$;
2. calcolare $I_1 = \int_{-2}^1 f(t) dt$;
3. calcolare $I_3 = \int_{-\frac{1}{3}}^2 f(3t) dt$.

Esercizio 6

Determinare in $(-3, 3)$ la primitiva che si annulla in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{x+2}{(|x|+3)(x-3)}$$

Esercizio 7

Calcolare i seguenti integrali definiti

$$\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{\sqrt{2-e^x+e^x}} dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \arctan \sqrt{\cos 2x} dx \quad \int_1^4 \frac{\sqrt{x-1}}{x+8} dx$$

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^e \frac{\arcsin(1-\log^2 x)}{x} dx, \quad \int_{e^{-1}}^e (|\log x| - \log^2 x) dx, \quad \int_0^8 \arctan \sqrt[4]{1+x} dx$$

Esercizio 8

Calcolare l'area della regione limitata dal piano racchiuso tra le curve di equazione $y = f(x)$ e $y = g(x)$

1. $f(x) = |x|$, $g(x) = \sqrt{1-x^2}$;
2. $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = -x^2 + x$.