

**Tutoraggio di Analisi Matematica - Ingegneria Energetica**  
**Foglio 3**

**Esercizio 1**

Trovare l'insieme di definizione e il comportamento agli estremi del dominio delle funzioni seguenti

1.  $y = \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$

2.  $y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x-2}}$

3.  $y = xe^{\frac{x+2}{3x-1}}$

4.  $y = \frac{e^{2\sqrt{x+1}}-1}{\ln(3x-2)-\ln|x|}$

5.  $y = \sqrt{\tan x - \sin x}$

6.  $y = \arctan\left(\frac{x^2}{x-1}\right) - \arcsin(|x-1|)$

7.  $y = \log\left[1 + e^{\left(\frac{x^2+1}{x}\right)}\right]$

8.  $y = (1+x)^{3x^2+12x}$

**Esercizio 2**

Trova l'errore

Le funzioni

$$g(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$$

e

$$h(x) = \ln(x+1) - \ln(x-1)$$

sono uguali grazie alla proprietà dei logaritmi

$$\ln \frac{x+1}{x-1} = \ln(x+1) - \ln(x-1)$$

**Esercizio 3**

Trova al variare di  $\alpha > 0$  l'insieme di definizione della seguente funzione

$$y = \sqrt{\ln\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}{\alpha}\right)} \quad 1$$

**Esercizio 4**

Calcolare i seguenti limiti

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \sin x - \sin x}{3x^2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(1-e^{x-3}) \sin(x-3)}{\tan(x-3) \log(x-2)}$

3.  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} e^{\frac{1}{x-\pi}} \sin x$

4.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{e^{\pi-x} - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin(2x-2)}{x^2-1} \tan \frac{\pi}{4} x$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-(1-7x)^{\log x}}{(e^{2x}-1) \log x^3}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan^3 x} - 1}{x(\cos x - e^{x^2})}$

**Esercizio 5**

Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare i seguenti limiti

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+x^2)^\alpha - x$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha - x^{-2}}{\log(1+e^{\alpha x})}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \sqrt{1-x}}{\sin x}$

**Esercizio 6**

Determinare per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  sono continue nei loro domini le seguenti funzioni

$$1. \quad y = \begin{cases} \frac{\alpha \cos(2x) - 5}{8 + 3x^4} & \text{se } x < 0 \\ \ln(2e^x + x^2 - 1) - \alpha \sin(7x + \frac{\pi}{2}) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \quad y = \begin{cases} \sqrt{1 - 9x} + 6\alpha(x + 1) & \text{se } x \leq 0 \\ x^\alpha \sin \frac{1}{x} + 3x - 6 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

$$3. \quad y = \begin{cases} x^\alpha \ln x & \text{se } x > 0 \\ \frac{e^{x^2} - \alpha}{\sin^2 x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

**Esercizio 7**

Determinare tutte le coppie  $\alpha$  e  $\beta$ , con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , tali che

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\alpha x)}{\arctan x^2} & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \log(x + \beta^2) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

sia continua nel suo dominio.