

Calcolo delle Probabilità (A-L)

DOCENTE: Mirko D'Ovidio

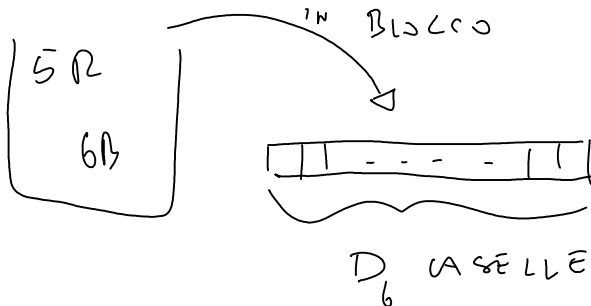
ESAME SCRITTO: 21-10-2021

NOME E COGNOME : _____ MATRICOLA : _____

Esercizio A In una scatola ci sono 11 palline (5 rosse e 6 bianche). Lancio un dado truccato (tale per cui $P(\text{faccia } 5) = 0$) ed estraggo (in blocco) un numero di palline pari al risultato del dado. Calcolare la probabilità degli eventi:

E = "estraggo solo palline bianche",

F = "estraggo solo una pallina bianca".



$$P(D = 5) = 0$$

$$P(D = k) = \frac{1}{5} \quad k \neq 5$$

$$P(E) = P\left(E \cap \bigcup_{k=1}^6 (D=k)\right) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 5}}^6 P(E | D=k) P(D=k)$$

$$= \frac{1}{5} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 5}}^6 \frac{\binom{6}{k} \binom{5}{0}}{\binom{11}{k}}$$

$$P(F) = \sum_{k=1}^6 P(F | D=k) P(D=k)$$

$$= \frac{1}{5} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 5}}^6 \frac{\binom{6}{1} \binom{5}{k-1}}{\binom{11}{k}}$$

Esercizio B Sia $Y \sim Unif(0, 2)$. Calcolare la densità della trasformazione $Z = 1/(Y - 1)$.

$$P(Z \leq z) = P\left(Y \geq \frac{1+z}{z}, (Y \leq 1) \cup (Y > 1)\right)$$
$$z \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

$$F_Z(z) = \begin{cases} -\frac{1}{2z} & z < -1 \\ \frac{1}{2} & -1 < z < 1 \\ 1 - \frac{1}{2z} & z > 1 \end{cases}$$

1) STUDIO CONTINUITÀ

2) CALCOLO LA DENSITÀ

$$f_Z(z) = \frac{d}{dz} F_Z(z)$$

Domande di teoria :

Dimostrare che data una successione di eventi $\{A_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ vale la seguente

$$P\left(\bigcup_{k=1}^n A_k\right) \leq \sum_{k=1}^n P(A_k), \quad n \in \mathbb{N}.$$

DIS. DI BOLE