NOME.....COGNOME.....MATRICOLA.....ANNO DI CORSO....

Fisica Matematica, Appello del 6/02/2017, A.A. 2016/17 CIVILI

Esercizio. Dato un sistema unidimensionale conservativo di energia potenziale

$$V(x) = x^3 - \alpha x^2$$

studiare le orbite nel piano delle fasi al variare di α.
In particolare per $\alpha > 0$ dire per quali condizioni iniziali si ha un'orbita omoclina e per $\alpha < 0$ per quali valori della velocita' si raggiunde la posizione $x = 0$ partendo dalla posizione iniziale $x_0 = \alpha$

Soluzione

Le posizioni di equilibrio sono $x = 0$ e $x = \frac{2\alpha}{3}$.

Per $\alpha > 0$: $x = 0$ e' instabile e $x = \frac{2\alpha}{3}$ stabile. Si ha un'orbita omoclina per $E = 0$ e per $x_0 \in (0, \alpha]$.

Per $\alpha < 0$: $x = \frac{2\alpha}{3}$ e' instabile e $x = 0$ stabile.
Partendo da $x_0 = \alpha$ si raggiunge la posizione $x = 0$ per

$$\frac{1}{2}\dot{x}_0^2 + V(x_0) > V(\frac{2\alpha}{3})$$

cioe' per $\dot{x}_0 > \sqrt{\frac{-8\alpha^3}{27}}$