Fisica Matematica, Appello del 12/09/2016, A.A. 2015/16 CIVILI

NOME.....COGNOME.....MATRICOLA.....ANNO DI CORSO...

Esercizio 2. Dato il sistema dinamico

$$\dot{x} = x(\beta - x^2 + y), \qquad \dot{y} = -y - x^2, \quad \beta \in R$$

Studiare i punti fissi (di equilibrio) al variare di β e determinarne il carattere.
Quando il 1^0 metodo di Liapunov non puo' essere applicato, si suggerisce l'uso della funzione

$$W(x, y) = ax^2 + by^2$$

come funzione di Liapunov con a, b scelti opportunamente.

Studiare le orbite del sistema unidimensionale conservativo la cui energia potenziale e' data da

$$V(x) = -\gamma x^2, \quad \gamma > 0$$

SOLUZIONE:

1. I punti critici sono: $P_1 = (0, 0)$ che esiste per qualunque valore di β e per $\beta > 0$ $P_{2,3} = (\pm\sqrt{\beta/2}, -\beta/2)$. La traccia e il determinante della matrice jacobiana $J(0, 0)$ Tr $= \beta - 1, det = -\beta$. Ne segue che per $\beta < 0$ P_1 e' asintoticamente stabile, per $\beta > 0$ e' instabile e per $\beta = 0$ si deve applicare il 2^0 metodo di Liapunov. Se $a = b > 0$ la funzione W assicura l'asintotica stabilita' di P_1. $P_{2,3}$ quando esistono sono asintoticamente stabili.

Le orbite descritte dal repulsore lineare sono orbite illimitate, rami di iperboli ($E > 0, E < 0$) o semirette ($E = 0$)