NOME.....COGNOME.....

Fisica Matematica, Parte I, Appello del 14/06/2011, A.A. 2010/2011 CIVILI

In un piano verticale π, un sistema formato da un punto materiale P di massa m e da un disco omogeneo di massa M e raggio r e' vincolato nel modo seguente: Il punto e' vincolato senza attrito a scorrere su una circoferenza di π di centro $Q = (0, r)$ e raggio r d e il disco rotola senza strisciare sull'asse x di π. Sul centro C del disco agisce una forza elastica $-kQC$, $k > 0$ e tra il centro C del disco e il punto P una forza elastica con la stessa costante k.
Assunte come coordinate lagrangiane l'ascissa x del centro C del disco e l'angolo θ che la verticale forma con QP, si chiede:

1) Calcolare le posizioni di equilibrio del sistema e studiarne il carattere.
2) Scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange del moto.
3) Calcolare la reazione vincolare agente sul punto e sul disco nell'istante in cui e' $x = 0, \theta = \pi/2$ e l'atto di moto e' nullo.