NOME.....COGNOME.....MATRICOLA.....

FISICA MATEMATICA 2 parte. Appello del 2/07/2012, A.A. 2011/12

Esercizio 1. Dato il sistema dinamico

$$\dot{x} = y \quad \dot{y} = -x + (k+1)x^3 - k^2y^3, \quad k \in R,\ k \neq -1$$

1. Determinare i punti fissi, il loro carattere al variare di k

2. Per $k = 0$, studiare le orbite nel piano delle fasi ed in particolare dire per quali valori della "velocita'" iniziale il punto rappresentativo raggiunge la posizione $x = \sqrt{2}$ partendo da $x_0 = 0$.

Esercizio 2. 1. Studiare il seguente problema di Sturm-Liouville

$$X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0, \quad x \in (2,4)$$

con condizioni al contorno $X'(2) = X'(4) = 0$, calcolando gli autovalori e le autofunzioni.

2. Applicare lo studio precedente per lo studio delle oscillazioni trasversali di una sbarra elastica descritte dal problema

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \quad x \in (2,4),\ t > 0$$
$$u_x(2,t) = u_x(4,t) = 0, \quad t > 0,$$
$$u(x,0) = cos\pi(x-2), \quad u_t(x,0) = x - 2, \quad x \in (2,4)$$