Correzione Esercizi 09/11/2019

E1	a)
E2	a)
E3	b)
E4	a)
E5	a)
E6	b)
E7	a)
E8	b)
E9	a)
E10	a)

Esercizio 1

Soluzione: a) vero. Infatti usando che $e^{2\pi i} = e^{-2\pi i} = 1$ si ha

$$\cosh(z + 2\pi i) = \frac{e^{z+2\pi i} + e^{-z-2\pi i}}{2} = \frac{e^z e^{2\pi i} + e^{-z} e^{-2\pi i}}{2} = \frac{e^z + e^{-z}}{2} = \cosh z.$$

Un ragionamento simile si applica a $\sinh z$.

Esercizio 2

Soluzione: a) vero. Infatti usando che $(e^{iz} + e^{-iz})/2 = \cos z$,

$$\cosh(iz) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} = \cos z,$$
$$\cosh(-z) = \frac{e^{-z} + e^{-(-z)}}{2} = \cosh z.$$

Esercizio 3

Soluzione: b) falso. Infatti, usando che $f(x, y) = e^{xy \ln(xy)}$,

$$\frac{\partial}{\partial x} f = e^{xy \ln(xy)} \frac{\partial}{\partial x} (xy \ln(xy)) = (xy)^{xy} (y \ln(xy) + y).$$

Esercizio 4

Soluzione: a) Vero. Poichè

$$\frac{d}{dx^n} e^{-\frac{1}{x^2}} = Q_{3n}\left(\frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x^2}}.$$

Esercizio 5

Soluzione: a) Vero. Dalle condizioni di Cauchy-Riemann (cioè $u_x = v_y$, $u_y = -v_x$) e dal teorema di Schwartz,

$$u_{xx} = (u_x)_x = (v_y)_x = v_{xy} = (v_x)_y = -(u_y)_y = -u_{yy},$$

quindi $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$.

Esercizio 6

Soluzione: b) Falso. Si ricorda che $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Con la sostituzione $x = t^2$ otteniamo

$$e^{t^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{2n}}{n!}.$$

Quindi, invertendo sommatoria ed integrale,

$$\int_0^4 t^2 e^{t^2} dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_0^4 t^{2n+2} dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{4^{2n+3}}{2n+3}.$$

Esercizio 7

Soluzione: a) Vero. Infatti la derivata parziali rispetto ad x (rispettivamente y) si ottiene derivando secondo la direzione $v = (1, 0)$ (rispettivamente $v = (0, 1)$).

Esercizio 8

Soluzione: a) Falso. Ogni funzione dispari rispetta la condizione $a_k = 0$ per ogni $k = 0, 1, \ldots$.

Esercizio 9

Soluzione: a) Vero. Siccome il quadrato è un insieme compatto ed f è continua, per il teorema di Weiestrass f ha massimo e minimo sul quadrato. Poichè gradiente di f non è mai nullo, non abbiamo punti critici, perciò il massimo e il minimo si trovano sul bordo del quadrato.

Essendo la restrizione di f sui bordi delle rette, i loro massimi o minimi si trovano sugli estremi, e dunque sui vertici del quadrato.

Esercizio 10

Soluzione: a) Vero. Infatti

$$\binom{1/2}{2} = \frac{(1/2)(1/2-1)}{2!} = -\frac{1}{8}.$$