

**PROGRAMMA MMII (2010-2011)**  
**PAOLA LORETI**

Elementi di topologia in  $\mathbb{R}^n$ . Norme in  $\mathbb{R}^n$ . Disuguaglianze di Young, Holder, e Minkowski. Insiemi compatti. Funzioni a valori reali. Massimi e minimi. Funzioni continue su insiemi compatti: teorema di Weierstrass. Proiezione su un insieme chiuso. Calcolo differenziale in  $\mathbb{R}^n$ . Gradiente. Derivate direzionali. Differenziabilità. Sottodifferenziali e sopradifferenziali e loro proprietà. Calcolo nel caso unidimensionale. Formula di Taylor. Analisi del resto. Resto secondo Peano. Matrice Hessiana. Forme quadratiche. Caratterizzazione delle forme definite. Esempi. Il caso  $n = 2$ . Studio di massimi e minimi locali e globali. Esempi di problemi vincolati. Calcolo di massimi e minimi in semplici insiemi compatti. Definizione di Insieme convesso. Funzioni convesse e strettamente convesse. Definizione. Esempi. Proiezione su un insieme chiuso e convesso. Disuguaglianza discreta di Jensen. Teorema della locale limitatezza superiore (solo enunciato). Locale Lipschizianità (solo enunciato). Minimi locali per funzioni convesse (minimo globale). Insieme dei punti di minimo. Criteri di convessità per le funzioni differenziabili. Caratterizzazione variazionale dei punti di minimo. Trasformata di Legendre-Fenchel. Teorema di dualità. Esempi. Funzioni convesse e regolarità  $C^2$ . Complementi alle forme quadratiche. Il teorema di Fritz-John (condizioni necessarie). Metodo di penalizzazione e di barriera. Condizioni di qualificazione dei vincoli. Condizione di Slater. Le condizioni di Karush-Kuhn-Tucker. Esercizi. Esempi di problemi di Programmazione Lineare. Problema duale. Teoremi della dualità. Cenni di metodi di approssimazione.

Introduzione a problemi di controllo ottimo. Funzione valore. Principio di Programmazione Dinamica. Equazione di Bellman. Soluzioni viscosità. Problemi di calcolo delle variazioni. Formula di Hopf-Lax. Equazioni di Hamilton-Jacobi. Teorema di unicità per l'equazione di Bellman.