

**PROGRAMMA DEL CORSO DI  
METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA  
LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA  
MECCANICA  
A.A. 2006-07**

PROFF. PAOLA LORETI E DANIELA SFORZA

Funzioni complesse di una variabile complessa. Richiami sui numeri complessi: forma algebrica, forma trigonometrica,  $\arg(z)$ ,  $\text{Arg}(z)$  coniugio, prodotto, reciproco, potenza, radici. Luoghi geometrici caratterizzati dal modulo. Le serie a termini complessi. La serie esponenziale e le serie delle funzioni trigonometriche ed iperboliche. La formula di Eulero. Forma esponenziale di un numero complesso. Legami tra le funzioni trigonometriche ed iperboliche. Il Logaritmo complesso. Derivata complessa. Funzioni olomorfe. Funzioni intere. Condizioni di Cauchy Riemann. Derivata di alcune funzioni elementari. Integrazione nel campo complesso. Cammini e circuiti. Cammini di uso corrente. Definizione di integrale. Teorema di Darboux. Richiami sulle forme differenziali. Relazione fra l'integrale complesso e l'integrale di forme differenziali. Forme differenziali associate ad una funzione complessa di variabile complessa. Teorema di Goursat (senza dimostrazione). Caratterizzazione delle funzioni olomorfe mediante le forme differenziali associate. Definizione di primitiva. Caratterizzazione delle funzioni dotate di primitiva mediante le forme differenziali associate. Relazione fra le funzioni olomorfe e le funzioni dotate di primitiva. Esistenza della primitiva. Indipendenza dell'integrale dal cammino d'integrazione per le funzioni dotate di primitiva. Esempio fondamentale: il logaritmo principale è la primitiva nulla in 1 della funzione  $f(z) = 1/z$  nel piano complesso privato della semiretta reale negativa. Definizione di dominio regolare. Teorema di Cauchy. Teorema di Morera. Formula integrale di Cauchy. Teorema della media. Derivate di ordine superiore di funzioni olomorfe. Serie di potenze complesse. Raggio di convergenza. Criteri per la determinazione del raggio di convergenza. Teorema sulla regolarità della somma di una serie di potenze complesse (senza dimostrazione). Sviluppabilità in serie di potenze di funzioni olomorfe. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra.

Singularità isolate. La serie di Laurent centrata in una singolarità isolata. Teorema sullo sviluppo in serie di Laurent (senza dimostrazione). Classificazione delle singolarità isolate: eliminabile, polo, singolarità essenziale. Definizione di residuo. Criteri per il calcolo dei residui. Teorema dei residui. Lemma di Jordan. Applicazioni del teorema dei residui al calcolo di integrali. Esempi ed esercizi.

Successioni di funzioni: convergenza puntuale e uniforme. Teorema sulla continuità del limite uniforme di una successione di funzioni continue. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata. (Senza dimostrazioni). Serie di funzioni: convergenza puntuale, assoluta, uniforme, totale. Teorema sulla continuità di una serie di funzioni uniformemente convergente. Teoremi di integrazione e di derivazione termine a termine. (Senza dimostrazioni). Esempi.

Funzioni periodiche. Polinomi trigonometrici. Serie di Fourier. Problema di minimizzazione. Nucleo di Dirichlet Disuguaglianza di Bessel. Uguaglianza di Parseval. Teorema di convergenza puntuale e uniforme per le serie di Fourier. Integrazione termine a termine della serie di Fourier. Serie di Fourier complessa. Dalla serie alla trasformata di Fourier. Esempi ed esercizi.

Distribuzioni. Limiti nel senso delle distribuzioni. Definizione di derivata nel senso delle distribuzioni. Delta di Dirac. Convoluzioni di funzioni. Convoluzioni di distribuzioni. Alcune proprietà della convoluzione. Distribuzioni limitate. Distribuzioni temperate. Trasformata di Fourier. Calcolo di trasformate. Antitrasformata di Fourier. Alcune proprietà della trasformata di Fourier. Trasformata di Fourier del gradino. Esempi ed esercizi.

Trasformata di Laplace. Funzioni complesse di variabile reale localmente integrabili sulla semiretta reale positiva. Integrale assolutamente convergente. Definizione di trasformata di Laplace. Ascissa di convergenza. Derivabilità in senso complesso della trasformata di Laplace (senza dimostrazione). Valore principale. La trasformata inversa. Esempio di calcolo della trasformata inversa con il teorema dei residui. Teorema sull'invertibilità della trasformata di Laplace (senza dimostrazione). Definizione di originale per la trasformata di Laplace. Condizione necessaria per riconoscere la trasformata di Laplace di un originale. Ogni funzione razionale infinitesima all'infinito è trasformata di Laplace di un originale. Proprietà elementari della trasformata. Linearità della trasformata. La trasformata di alcune funzioni elementari. La trasformata della derivata. Applicazioni alle equazioni differenziali lineari del primo e secondo ordine. Trasformata di Laplace della delta di Dirac. Applicazione al moto di una particella soggetta ad una forza impulsiva. Applicazione ad un'equazione differenziale alle

derivate parziali: equazione delle onde sulla semiretta con condizione di Dirichlet al bordo. Legame tra le trasformate di Laplace e di Fourier. Trasformata di Laplace della convoluzione di due originali. Trasformata di Laplace della primitiva nulla in zero di un originale (convoluzione di un originale con il gradino di Heaviside). Esempi ed esercizi.

Testi consigliati

Dispense in rete <http://www.dmmm.uniroma1.it/> loreti

A. Avantaggiati, Istituzioni di Analisi Matematica

M. Codegone, Metodi Matematici per l'Ingegneria

N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, Elementi di Analisi Matematica II

N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, Analisi Matematica II

G. Gilardi, Analisi Tre