

E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
E7	
E8	
E9	
E10	

Prova Scritta del 03.06. 2015: Compito A

Nome:

Cognome:

Matricola:

Esercizio 1

[3 punti]

Risolvere l'integrale

$$\int_0^\pi \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$\int_0^\pi \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) dx = \frac{1}{4} \int_0^\pi \sin^2(x) dx = \frac{x - \cos x \sin x}{8} \Big|_0^\pi = \frac{\pi}{8}$$

Esercizio 2

[3 punti]

Determinare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5^{n+3}}$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{5^{n+3}} = \frac{2}{5^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n} = \frac{2}{5^3} \frac{2}{5} \frac{1}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{4}{375}$$

Esercizio 3

[2 punti]

Determinare l'insieme di definizione di

$$f(x) = \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}}$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$f(x) = \begin{cases} e^3 & -1 \leq x \leq 1 \\ e^{-2x^2+5} & -2 \leq x < -1 \quad 1 < x \leq 2 \\ e^{-3} & x < -2 \quad x > 2 \end{cases}$$

\mathbb{R}

Esercizio 4

[2 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}}$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}} = e^{-3}$$

Esercizio 5

[2 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}}$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}} = e^{-3}$$

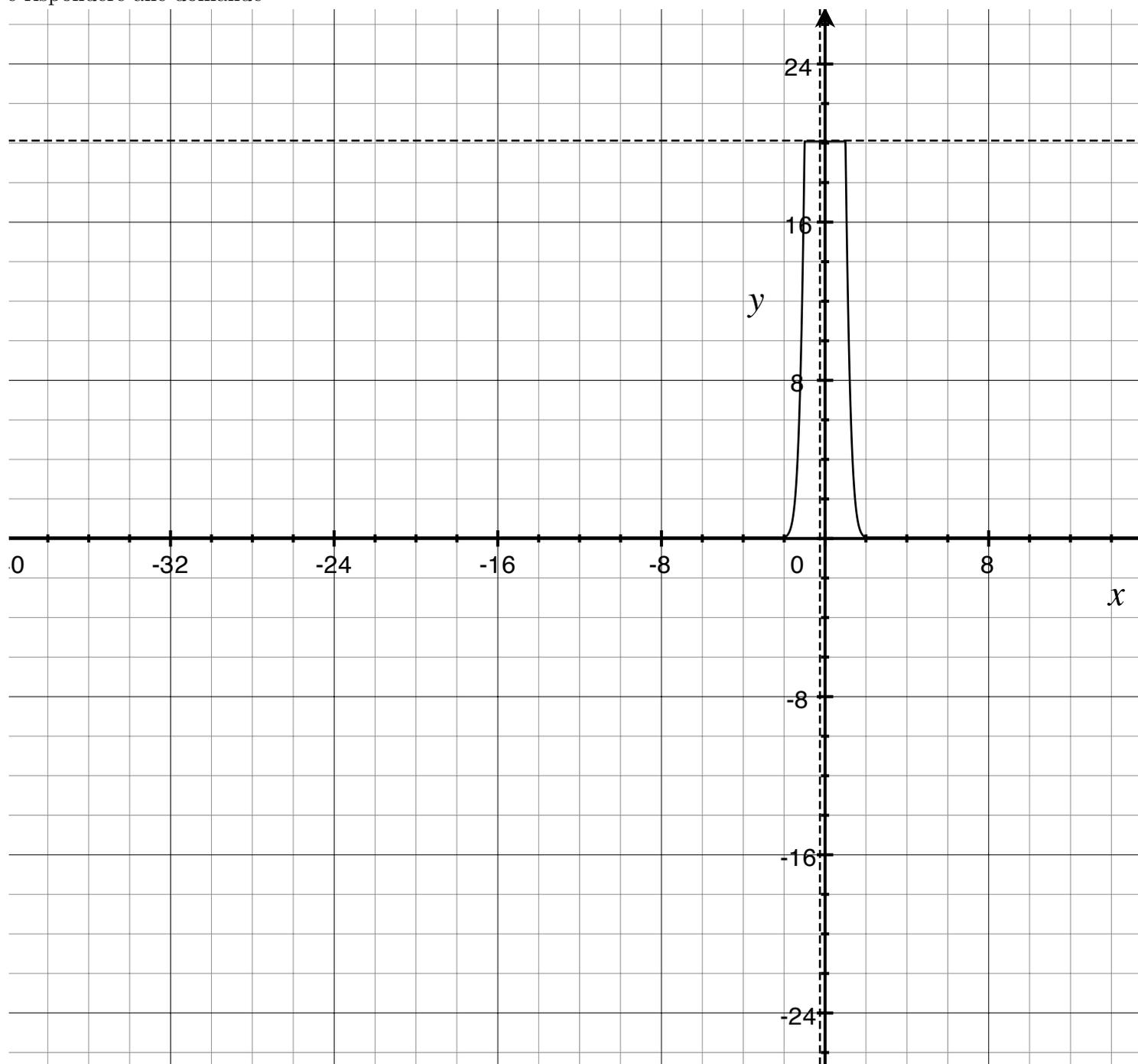
Esercizio 6

[6 punti]

Determinare eventuali punti di massimo e minimo relativo e disegnare in \mathbb{R} il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-|x^2-1|}}{e^{-|x^2-4|}}$$

e rispondere alle domande



Punti di massimo : intervallo $[-1, 1]$ $f(x_{max}) = e^3$ relativo e assoluto.

La funzione non ammette minimo.

Si No f é continua in \mathbb{R} ?

Si No f é derivabile in \mathbb{R} ?

La funzione è continua in \mathbb{R} ma non derivabile in \mathbb{R} .

Esercizio 7

[3 punti]

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(7x)}{x}$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$\lim_{x \rightarrow 0} 7 \frac{\tan(7x)}{7x} = 7$$

Esercizio 8

[3 punti]

Calcolare l'estremo inferiore e superiore dell'insieme

$$X = \left\{ x_n \in \mathbb{R}, x_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\} \right\},$$

Risoluzione (giustificare la risposta)

$$X = \left\{ x_n \in \mathbb{R}, x_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\} \right\},$$

La successione $\{x_n\}$ risulta crescente

$$\sup X = 1 + e$$

$$\inf X = 2$$

Esercizio 9

[3 punti]

$f(x) = \sin(x^2)$ é una funzione non negativa

VERO

FALSO

FALSO

Esercizio 10

[3 punti]

Scrivere le radici n -esime del numero complesso $z=1$

$$w_n = \cos((2\pi k)/n) + \sin((2\pi k)/n) \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$