

Esercizi sui limiti di successioni

Pierluigi Vellucci

October 17, 2016

Esercizio 1. *Calcolare i seguenti limiti*

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n!}\right)^n$
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x^{2n} + 1} \sin n^x, \quad x \in \mathbb{R}$
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^3 + 8n^2} - \sqrt{n^4 + 1}}{n^2 + 2}$
- 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^2+1}{n}\right)$
- 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[\alpha]{n^\alpha + n^{\alpha-1}} - n, \quad \alpha \in \mathbb{N}, \alpha \geq 2$
- 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^5 - (n-1)^5}{(n+1)^4 + (n-1)^4}$
- 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \sin\left(\frac{1}{n^{x^2+1}}\right)}{n^{1+x}}, \quad x \in \mathbb{R}$
- 8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\arctan\left(\frac{n+1}{n^2+2}\right)\right]^x \sin n^x, \quad x \in \mathbb{R}$
- 9) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{e^{-1/n}}{n} - \frac{e^{1/n}}{n}}{\log(1+n) - \log n}$
- 10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^{\tan \frac{1}{n}}$
- 11) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sin e^{-n})^{\cos n(1 - \cos \frac{1}{n})}$
- 12) $\lim_{n \rightarrow \infty} n (\cos 2x)^n, \quad x \in [0, \pi]$

Esercizio 2. *Studiare l'ordine di infinitesimo della successione:*

$$a_n = \frac{\log(1+n+n^3) - 3 \log n}{e^{1/n} - 1}.$$

Esercizio 3. *Calcolare il limite*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \sin\left(\frac{1}{n^x}\right)} - 1}{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}, \quad x \in \mathbb{R},$$

stabilendo per quali valori di x la successione è infinitesima; calcolare l'ordine di infinitesimo per $x = 2$.