

# Programma del corso di Analisi Matematica 1 per Ingegneria Informatica e Automatica (12CFU)

Docenti: Roberto Conti, Maria Stella Adamo

**Concetti fondamentali:** Nozioni di logica matematica; concetto di insieme e principali operazioni; principio di induzione; progressione geometrica; fattoriali e coefficienti binomiali; disuguaglianza di Bernoulli, formula del binomio di Newton e triangolo di Tartaglia; assiomi di campo e di campo ordinato; numeri naturali  $\mathbb{N}$ , interi  $\mathbb{Z}$ , razionali  $\mathbb{Q}$  e reali  $\mathbb{R}$ ; valore assoluto e disuguaglianza triangolare; estremo superiore e inferiore; assioma di completezza;

**Successioni numeriche:** Successioni convergenti, divergenti, irregolari, infinitesime e limitate; regole per il calcolo dei limiti; retta reale estesa; forme determinate e indeterminate; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri, successioni monotone; successioni asintotiche e il principio di sostituzione. Numero di Nepero. Formula di Stirling.

**Serie numeriche:** Definizione di serie e prime proprietà: criterio necessario per la convergenza; serie a termini non negativi; criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto, serie a termini di segno variabile, criterio di Leibniz, convergenza semplice e convergenza assoluta; serie di Mengoli, armonica, armonica generalizzata, geometrica ed esponenziale. Criterio di condensazione. Somme di Abel.

**Funzioni continue:** Funzioni reali di una variabile reale; funzioni iniettive, suriettive, bi-ettive, pari e dispari; funzione inversa; funzioni elementari: polinomi e funzioni razionali, potenza, funzione esponenziale, iperboliche, circolari, grafici; somma, prodotto, quoziente e composizione di funzioni; funzioni monotone e limitate; limiti delle funzioni reali; regole per il calcolo di limiti; limiti e ordinamento: teorema del confronto e dei carabinieri per le funzioni; funzioni continue; funzioni continue su un intervallo: teorema degli zeri e dei valori intermedi; continuità delle funzioni elementari e delle loro inverse: logaritmi, inverse delle funzioni trigonometriche e iperboliche; funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstraß.

**Calcolo differenziale per funzioni di una variabile:** Rapporto incrementale; derivata e suo significato geometrico; regole di derivazione; derivazione delle funzioni composte e delle funzioni inverse; derivazione delle funzioni elementari e loro inverse; estremi locali e teorema di Fermat; i teoremi di Rolle e di Lagrange; conseguenze del teorema di Lagrange; funzioni monotone; estremi locali di funzioni derivabili; funzioni con derivata zero; le regole di de l'Hospital; approssimazione lineare di una funzione; il differenziale; le derivate successive; i simboli di Landau; funzioni con contatto di ordine  $n$ ; polinomio di Taylor e di Mac Laurin; la formula di Taylor con resto di Lagrange e resto di Peano; i polinomi

di Taylor delle funzioni elementari; applicazioni del teorema di Taylor: estremi locali, calcolo numerico, confronti asintotici tra funzioni e calcolo dei limiti con il principio di sostituzione, serie di Taylor, sviluppo delle funzioni elementari; studio di funzione.

**Calcolo Integrale per funzioni di una variabile:** Somme di Cauchy-Riemann, integrale di Riemann e significato geometrico; caratterizzazione delle funzioni integrabili; classi di funzioni integrabili; proprietà dell'integrale; la funzione integrale e la primitiva; teorema fondamentale del calcolo integrale; integrale indefinito; regole di integrazione: integrazione per parti e per sostituzione; integrali impropri e criteri di convergenza, serie e integrali impropri.

**Numeri complessi:** Definizione dei complessi e struttura di campo; forma cartesiana dei complessi e piano di Gauß; coniugato, modulo e argomento di un complesso; disuguaglianza triangolare; forma trigonometrica dei complessi; significato geometrico delle operazioni fra complessi; potenze, radici, esponenziali e logaritmi di numeri complessi.

**Equazioni differenziali di primo ordine:** Interpretazione geometrica; integrale generale e problema di Cauchy; esistenza di soluzioni locali e globali, teorema di Peano e di Cauchy; funzioni Lipschitziane; dipendenza continua dal dato iniziale; equazioni lineari del primo ordine, equazioni omogenee, metodi di variazione della costante; equazioni a variabili separabili, soluzioni stazionarie.

**Equazioni differenziali di secondo ordine:** Problema di Cauchy; equazioni lineari a coefficienti costanti, equazione omogenea, polinomio caratteristico, soluzione particolare e generale, equazioni complete, metodo di variazione della costante, il Wronskiano; principio di similitudine.

**Calcolo differenziale per funzioni di più variabili:** Funzioni reali di più variabili, grafico, curve di livello; norma euclidea, proprietà topologiche e metriche di  $\mathbb{R}^n$ ; limiti in  $\mathbb{R}^n$ ; funzioni continue di più variabili; derivate parziali e direzionali; gradiente; continuità e derivabilità, approssimazione lineare, piano tangente; estremi locali, punti critici e teorema di Fermat; differenziabilità e la classe  $C^1$  di un aperto; derivate successive e teorema di Schwarz, la classe  $C^k$ , la matrice Hessiana, Teorema di Taylor, matrici definite positive/negative e indefinite e loro classificazione, problemi di ottimizzazione libera; teorema di Weierstrass in  $\mathbb{R}^n$ ; teorema di esistenza degli zeri in  $\mathbb{R}^n$ ; funzioni di più variabili a valori vettoriali, limiti, continuità, derivabilità, differenziabilità, matrice Jacobiana, regola della catena, trasformazioni regolari di coordinate: coordinate polari, cilindriche e sferiche, trasformazioni regolari, invertibilità locale di trasformazioni.

**Calcolo Integrale per funzioni di più variabili:** Integrazione di funzioni di due variabili, integrale di Riemann, area di un insieme, proprietà dell'integrale, domini semplici e regolari, teorema di Fubini, interpretazione geometrica; cambiamento di variabili, integrazione in coordinate polari. Integrali tripli. Integrazione per fili e per strati. Cambiamento di variabile. Integrali tripli in coordinate sferiche e cilindriche.

### **Testi consigliati:**

- M.Bertsch, R.Dal Passo, L.Giacomelli: *Analisi Matematica*, McGraw Hill;
- M.Bramanti, C.D. Pagani, S.Salsa: *Analisi Matematica 1 e 2*, Zanichelli;
- P. Loreti, D. Sforza: *Esercizi di Analisi Matematica*, Università La Sapienza;

P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica*, Liguori Editore.

J. Stewart: *Calcolo* (2 volumi), Maggioli Editore.

R. A. Adams, C. Essex: *Calcolo Differenziale* (2 volumi), Casa Editrice Ambrosiana.