ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
APPELLO STRAORDINARIO 13.11.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore **COMPITO B**

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I $\boxed{\text{SI}}$ $\boxed{\text{NO}}$ FIRMA ....

1) Data la funzione $f : E \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \left(x^2 + y^2 - \pi^2\right) \sin y$, determinare

- **a)** insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$,
- **b)** i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$.
- **c)** Classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subset \mathbb{R}$
- **d)** Dato il compatto D di $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 2\pi^2, y \geq 0\right\}$, determinare $f(D) \subset \mathbb{R}$.
- **e)** Riconoscere che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D.

---

2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + 2\beta y' + 16y = \cos(4x), \quad x \in I \subset \mathbb{R}, \quad \beta \in \mathbb{R} \tag{1}$$

determinare:

- **a)** l'intervallo $I \subset \mathbb{R}$;
- **b)** l'integrale generale di (1) in corrispondenza a $\beta \in \mathbb{R}$
- **c)** fissato $\beta = 0$, determinare la soluzione (Esiste ? È UNICA ? Perchè?) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(0) & = & 1 \\ y'(0) & = & 0 \end{cases} \tag{2}$$

---

3) Date le funzioni di variabile reale

$$f(x) = \frac{1}{1 - 3x} \qquad e \qquad g(x) = \frac{2x}{(1 - 3x)^2} \tag{3}$$

determinare:

- **a)** l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}$ (N.B.: è lo stesso per entrambe le funzioni);
- **b)** lo sviluppo in serie di Taylor della funzione $f(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B;
- **c)** lo sviluppo in serie di Taylor della funzione $g(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B (È possibile ricavarlo dallo sviluppo in serie di Taylor della funzione $f(x)$ di punto iniziale $x_0 = 0$: come ? Peerchè ?);
- **d)** indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata al punto b) converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A.
- **e)** lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 3$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.
