Analisi Matematica II, Ing. Aerospaziale (Canale A-K)
Silvia Marconi - 22 Marzo 2012 -

⋄ Cambio di coordinate negli integrali doppi

Cambio di coordinate. Trasformazione dell'elemento di area. Matrice Jacobiana della trasformazione e della sua inversa. Teorema del cambiamento delle variabili di integrazione (senza dim.).

- $\displaystyle\iint_S xy\,dxdy \qquad S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 < x \leq y \leq 3;\ 1 \leq xy \leq 2\}.$

⋄ Coordinate polari

Coordinate polari. Matrice Jacobiana della trasformazione in coordinate polari.

- $\displaystyle\iint_D xe^y\,dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2+y^2 \leq 9;\ -\sqrt{3}|y| \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}|y|\}.$
- $\displaystyle\iint_C (x^2+y^2)\,dxdy \qquad C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2+y^2 \leq 9;\ x^2+y^2-2x \geq 0\}.$

⋄ Proprietà di simmetria negli integrali doppi

- D simmetrico rispetto all'asse x e f pari in y $(f(x,-y) = f(x,y)) \Rightarrow \iint_D f(x,y)\,dxdy = 2\iint_{D^+} f(x,y)\,dxdy$, dove $D^+ = \{(x,y) \in D : y \geq 0\}$;
- D simmetrico rispetto all'asse x e f dispari in y $(f(x,-y) = -f(x,y)) \Rightarrow \iint_D f(x,y)\,dxdy = 0$;
- D simmetrico rispetto all'asse y e f pari in x $(f(-x,y) = f(x,y)) \Rightarrow \iint_D f(x,y)\,dxdy = 2\iint_{D^+} f(x,y)\,dxdy$, dove $D^+ = \{(x,y) \in D : x \geq 0\}$;
- D simmetrico rispetto all'asse y e f dispari in x $(f(-x,y) = -f(x,y)) \Rightarrow \iint_D f(x,y)\,dxdy = 0$.