Analisi Matematica II, Ing. Aerospaziale (Canale A-K)
Silvia Marconi - 26 Marzo 2012 -

◇ Integrali doppi

Area di un dominio $D \subset \mathbb{R}^2$: $\mathcal{A}(D) = \iint_D dxdy$.
Proprietà di simmetria (si veda la lezione del 22 Marzo).

◇ Cambio di coordinate negli integrali doppi

- $$\iint_D x\, dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le y - x^2 \le 2;\ 2 \le y + x^2 \le 3;\ x > 0\}$$
  [Risp.: $\iint_D x\, dxdy = \frac{1}{2}$].

◇ Coordinate polari

Elemento di area in coordinate polari.

- $$\iint_D |x-y|\, dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \le x^2 + y^2 \le 4;\ y \ge 0\}$$
  [Risp.: $\iint_D |x-y|\, dxdy = \frac{14}{3}\sqrt{2}$].

◇ Coordinate ellittiche

Coordinate ellittiche. Matrice Jacobiana della trasformazione in coordinate ellittiche.

- $$\iint_D y\, dxdy \qquad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 18 \le 4x^2 + 9y^2 \le 36;\ y \ge 0\}$$
  [Risp.: $\iint_D y\, dxdy = 8 - 2\sqrt{2}$].
- Area dell'ellisse $\mathcal{E}$ di centro (x_0, y_0) e semiassi a e b.
  [Risp.: $\iint_{\mathcal{E}} dxdy = ab\pi$].

$\diamond$ Lunghezza di curve e integrali curvilinei di prima specie

- Lunghezza della circonferenza:

$$\gamma_1(\vartheta) = (x_0 + R\cos\vartheta, y_0 + R\sin\vartheta), \qquad \vartheta \in [0, 2\pi]$$

$$\gamma_2(\vartheta) = (x_0 + R\cos\vartheta, y_0 + R\sin\vartheta), \qquad \vartheta \in [0, 3\pi]$$

- Lunghezza dell'elica cilindrica:

$$\gamma(\vartheta) = (R\cos\vartheta, R\sin\vartheta, \vartheta), \qquad \vartheta \in [0, 2\pi]$$

- Integrale curvilineo:

$$\int_\gamma \sqrt{z}\, ds \qquad \gamma(t) = (\cos t, \sin t, t^2), \quad y \in [0, \pi]$$

[Risp.: $\int_\gamma \sqrt{z}\, ds = \frac{1}{12}\left[(1+4\pi^2)^{\frac{3}{2}} - 1\right]$].